Хидраулика и хидраулични машини

доц. д-р Ана Лазаревска

Канцеларија: А1-6

Содржина на предметот

- Хидростатика
- Хидродинамика
- Хидраулични машини и хидростатски преносници

Хидродинамика

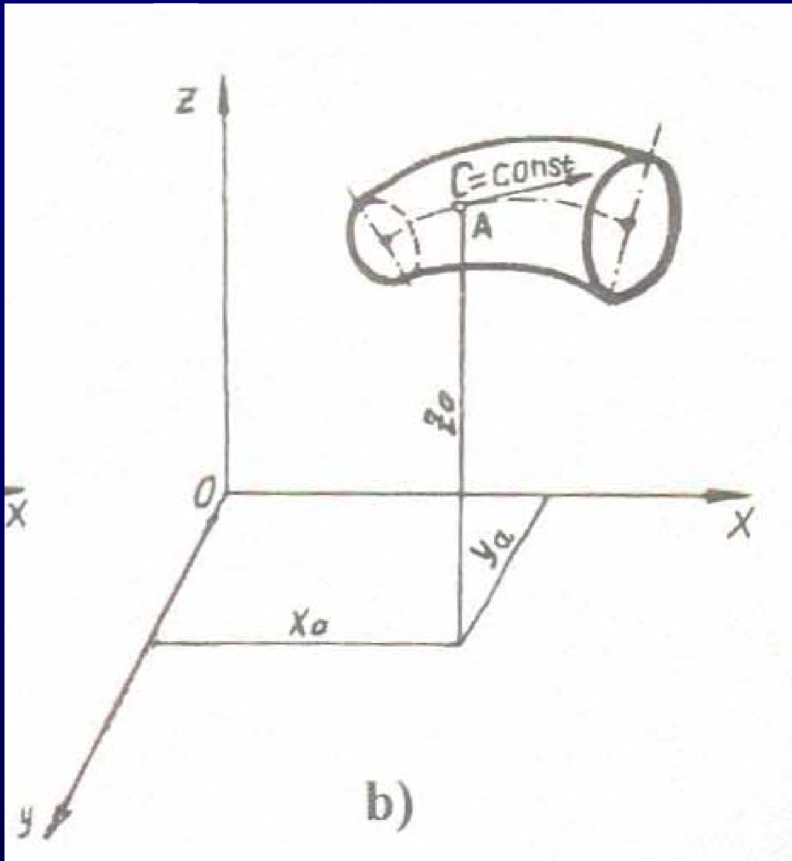
Поим за хидродинамика

- Хидродинамиката е дел од хидромеханиката кои ги изучува законите на движење на флуидите.
- Изучувањето на овие закони е сложен проблем поради следниве особености и претпоставки:
  - Самата сложена природа на флуидот, т.е. суштествената разлика помеѓу крутите тела и флуидите и нивното движење
    1. Кај крутите тела, преку набљудување на движењето на една точка, добиваме условно слика за движењето на целото тело, бидејќи одделните честички од телото, условно не си ја менуваат својата меѓусебна положба.
    2. Кај флуидите, честичките си ја менуваат меѓусебната положба едни во однос на други, т.е. ја менуваат формата и волуменот на набљудуваната материја во движење

Поим за хидродинамика

- Силите кои делуваат во/на флуидот, особено силите на триењето
    1. Затоа, прво се изучува движењето на идеален флуид – безвискозен, а потоа равенките се надополнуваат со изрази специфични за реалните – вискозни флуиди
- Во сите анализи, флуидот се набљудува како непрекината материјална средина која го исполнува просторот без шуплини (прекини). Притоа,
    1. секој набљудуван (анализиран) волумен од флуидна материја, при движењето, останува составен од едни и иститит честички –
    2. Движењето на флуидот се набљудува како непрекината и континуирана деформација на флуидната маса, чија форма и густина, во општ случај, се менуваат во секој момент

...на брзина на флуидна ...онарност/нестационарност

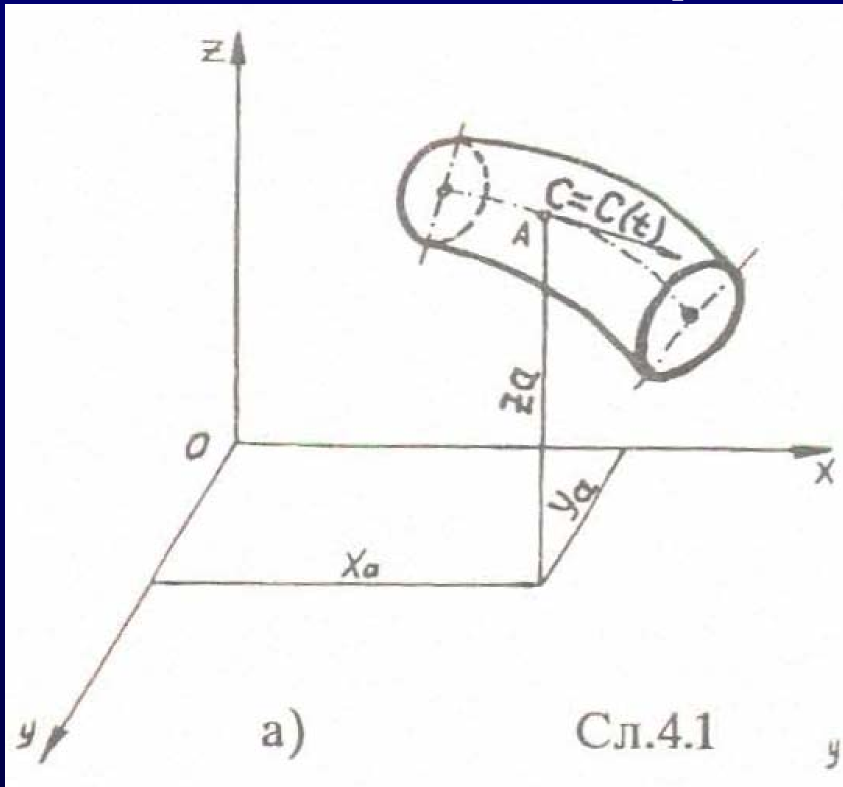


...ја честичка во определен момент ...ена брзина, определена со вектор ...нтензитет, правец и насока $\vec{c} = \vec{c}(\vec{r}, t)$

...ње: нема промена на големините во ...то, на пр.

$$\begin{cases} c_x = c_x(x,y,z) \\ c_y = c_y(x,y,z) \\ c_z = c_z(x,y,z) \end{cases} \Rightarrow \vec{c} = \vec{c}(\vec{r}) \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial c_x}{\partial t} = 0 \\ \dfrac{\partial c_y}{\partial t} = 0 \\ \dfrac{\partial c_z}{\partial t} = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} = 0$$

Поим за вектор на брзина на флуидна
...арност/нестационарност



a) Сл.4.1

...честичка во определен момент ...а брзина, определена со вектор ...нзитет, правец и насока $\vec{c} = \vec{c}(\vec{r}, t)$

...ње: сите големини (вкл.брзината) ...нкција од/текот на времето

$$\begin{cases} c_x = c_x(x,y,z,t) \\ c_y = c_y(x,y,z,t) \\ c_z = c_z(x,y,z,t) \end{cases} \Rightarrow \vec{c} = \vec{c}(\vec{r}, t) \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\partial c_x}{\partial t} \neq 0 \\ \dfrac{\partial c_y}{\partial t} \neq 0 \\ \dfrac{\partial c_z}{\partial t} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{\partial \vec{c}}{\partial t} \neq 0$$

Два начини на проучување на струењето на флуидите

- **Метод на Лагранж (Lagrange):**
  набљудувачот го следи движењето на секоја флуидна честичка поединечно во функција од позицијата и времето

- **Движењето е определено ако за секоја честичка со почетни координати x_0, y_0, z_0, тековните координати x, y, z се изразат преку почетните координати и времето.**

  Истото важи и за ф-јата на промената на густината

$$\vec{r} = \vec{r}(\vec{r_0}, t)$$

$$\begin{cases} x = x(x_0, y_0, z_0, t) \\ y = y(x_0, y_0, z_0, t) \\ z = z(x_0, y_0, z_0, t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_x = \dfrac{dx}{dt} \\ c_y = \dfrac{dz}{dt} \\ c_z = \dfrac{dz}{dt} \end{cases}$$

$$\rho = \rho(x_0, y_0, z_0, t)$$

Два начини на проучување на струењето на флуидите

- **Метод на Ојлер (Euler):**
  Движењето на флуидот се анализира преку набљудување на неговото поле на брзина, т.е. врз анализираниот простор во кој струи флуидот се замислува растер, и во него за секоја т-ка се набљудува со која брзина протекува флуидот низ таа т-ка

- Движењето е определено ако се најде законот на промената на брзината во тоа поле, т.е. Ако брзината се изрази во функција на координататие на секоја т-ка од неподвижниот простор и од времето

$$\begin{cases} c_x = c_x(x,y,z,t) \\ c_y = c_y(x,y,z,t) \\ c_z = c_z(x,y,z,t) \end{cases} \Rightarrow \vec{c} = \vec{c}(\vec{r},t)$$

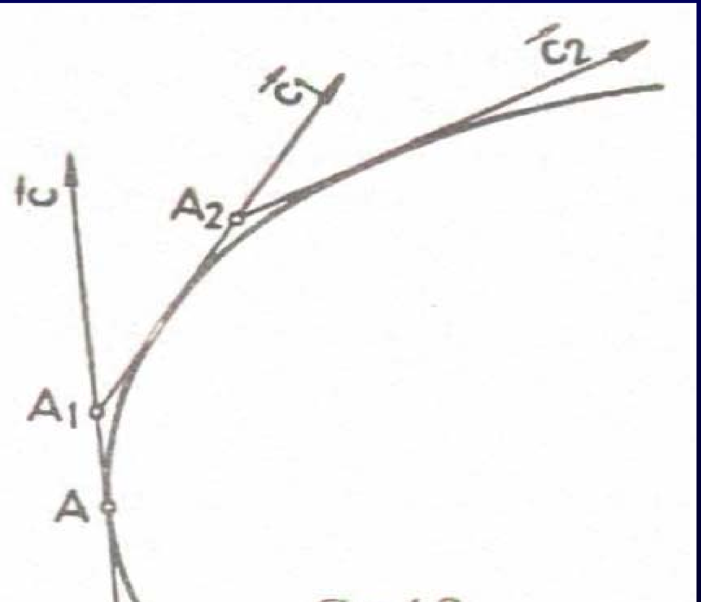
$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = (x,y,z)$$

$$\vec{c} = c_x\vec{i} + c_y\vec{j} + c_z\vec{k} = (c_x,c_y,c_z)$$

$$\rho = \rho(x,y,z,t)$$

Струјна линија, елементарен струен поток и струен поток со конечни димензии

- Струјницата претставува крива линија која во секоја т-ка во определен временски момент е тангирана од векторите на брзината на флуидот
- За стационарно струење струјницата се поклопува со траекторијата на движењето на честичките бидејќи нивното движење не се менува во тек на времето
- За нестационарно, струјницата не се поклопува со траекторијата на движењето на честичките, поради променливоста на струењеето во тек на времето



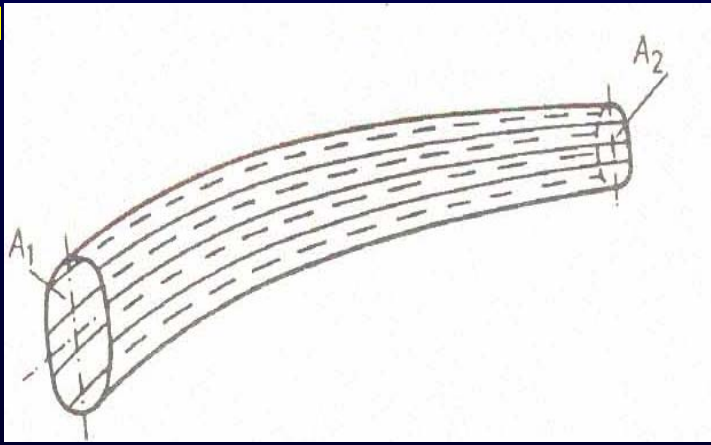
Сл.4.2

Струјна линија, елементарен струен поток и струен поток со конечни димензии

- **Равенката на струјницата гласи:**

$$\frac{dx}{c_x(x,y,z,t)} = \frac{dy}{c_y(x,y,z,t)} = \frac{dz}{c_z(x,y,z,t)} = \frac{ds}{c(x,y,z,t)}$$

- **Струен поток е сноп на струјници кои се повлечени низ замислена површина А**
  - Струјниот поток се нарекува елементарен тогаш кога п-ната е со бесконечно мали димензии т.е. dA -> 0
  - Струјниот поток е со конечни димензии кога п-ната А има конечни димензии



Забрзување на флуидните честички

- Забрзувањето се дефинира како извод од брзината, т.е. Поради тоа што брзината , според Ојлеровиот начин на опишување на струењето се дефинира како

$$\begin{cases} c_x = c_x(x,y,z,t) \\ c_y = c_y(x,y,z,t) \Rightarrow \vec{c} = \vec{c}(\vec{r},t) \\ c_z = c_z(x,y,z,t) \end{cases}$$

- Забрзувањето ќе биде тотален извод од брзината:

$$d\vec{c}(x,y,z,t) = \frac{\partial \vec{c}}{\partial t}dt + \frac{\partial \vec{c}}{\partial x}dx + \frac{\partial \vec{c}}{\partial y}dy + \frac{\partial \vec{c}}{\partial z}dz$$

$$\frac{d\vec{c}(x,y,z,t)}{dt} = \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{c}}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{c}}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{c}}{\partial z}\frac{dz}{dt}$$

$$\frac{d\vec{c}(x,y,z,t)}{dt} = \frac{\partial \vec{c}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{c}}{\partial x}c_x + \frac{\partial \vec{c}}{\partial y}c_y + \frac{\partial \vec{c}}{\partial z}c_z$$

Забрзување на флуидните честички

$$\frac{d\vec{c}(x,y,z,t)}{dt}=\frac{\partial\vec{c}}{\partial t}+\frac{\partial\vec{c}}{\partial x}c_x+\frac{\partial\vec{c}}{\partial y}c_y+\frac{\partial\vec{c}}{\partial z}c_z$$

- **Или.....**

$$\begin{cases}
\dfrac{dc_x(x,y,z,t)}{dt}=\dfrac{\partial c_x}{\partial t}+\dfrac{\partial c_x}{\partial x}c_x+\dfrac{\partial c_x}{\partial y}c_y+\dfrac{\partial c_x}{\partial z}c_z\\[2ex]
\dfrac{dc_y(x,y,z,t)}{dt}=\dfrac{\partial c_y}{\partial t}+\dfrac{\partial c_y}{\partial x}c_x+\dfrac{\partial c_y}{\partial y}c_y+\dfrac{\partial c_y}{\partial z}c_z\\[2ex]
\dfrac{dc_z(x,y,z,t)}{dt}=\underbrace{\dfrac{\partial c_z}{\partial t}}_{\text{локално}}+\underbrace{\dfrac{\partial c_z}{\partial x}c_x+\dfrac{\partial c_z}{\partial y}c_y+\dfrac{\partial c_z}{\partial z}c_z}_{\text{конвективно}}
\end{cases}$$

Основни равенки на хидродинамиката

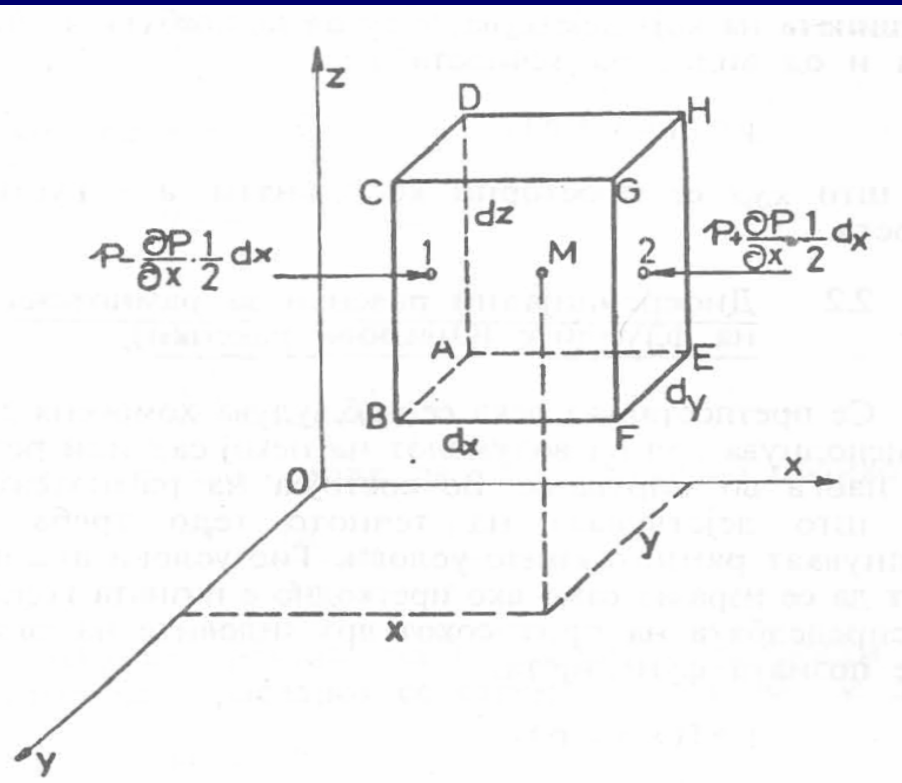
- Хидродинамиката има за цел објаснување на појавата на движење на флуидите и дефинирање на закономерностите кои притоа важат
- Основната задача на хидродинамиката е определување на:
  - Хидродинамичкиот притисок p
  - Брзината на струење на флуидот (најчесто според Ојлеровиот метод) и нејзините проекции
  - Промената на густината во функција од позицијата и времето, т.е.

$$p = p(x, y, z, t)$$

$$\begin{cases} c_x = c_x(x, y, z, t) \\ c_y = c_y(x, y, z, t) \\ c_z = c_z(x, y, z, t) \end{cases} \Rightarrow \vec{c} = \vec{c}(\vec{r}, t)$$

$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$

Ојлерови равенки – диф.р-ки на движење на идеален некомпресибилен флуид ($\rho = const$)



единечен волумен со страни dx, dy, dz следи: $V = dxdydz$

површински сили:

$$ABCD\,1: p_1 = p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx \Rightarrow dF_1 = p_1 dydz = \left(p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz$$

$$EFGH\,2: p_2 = p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx \Rightarrow dF_2 = p_2 dydz = \left(p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz$$

масени сили:

$$Xdm = X\rho dxdydz,\; Ydm = Y\rho dxdydz,\; Zdm = Z\rho dxdydz$$

инерцијална сила:

$$d\vec{F_i} = dm\cdot\vec{a} \Rightarrow d\vec{F_i} = dm\cdot\frac{d\vec{c}}{dt}$$

$$\begin{cases} dF_{ix} = dm\cdot\dfrac{dc_x(x,y,z,t)}{dt} \\ dF_{iy} = dm\cdot\dfrac{dc_y(x,y,z,t)}{dt} \\ dF_{iz} = dm\cdot\dfrac{dc_z(x,y,z,t)}{dt} \end{cases}$$

Ојлерови равенки – диф.р-ки на движење на идеален некомпресибилен флуид ($\rho = const$)

- **Според Даламберовиот принцип на суперпозиција**

$$\left(p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz - \left(p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz + X\rho dxdydz - \frac{dc_x}{dt}\rho dxdydz = 0$$

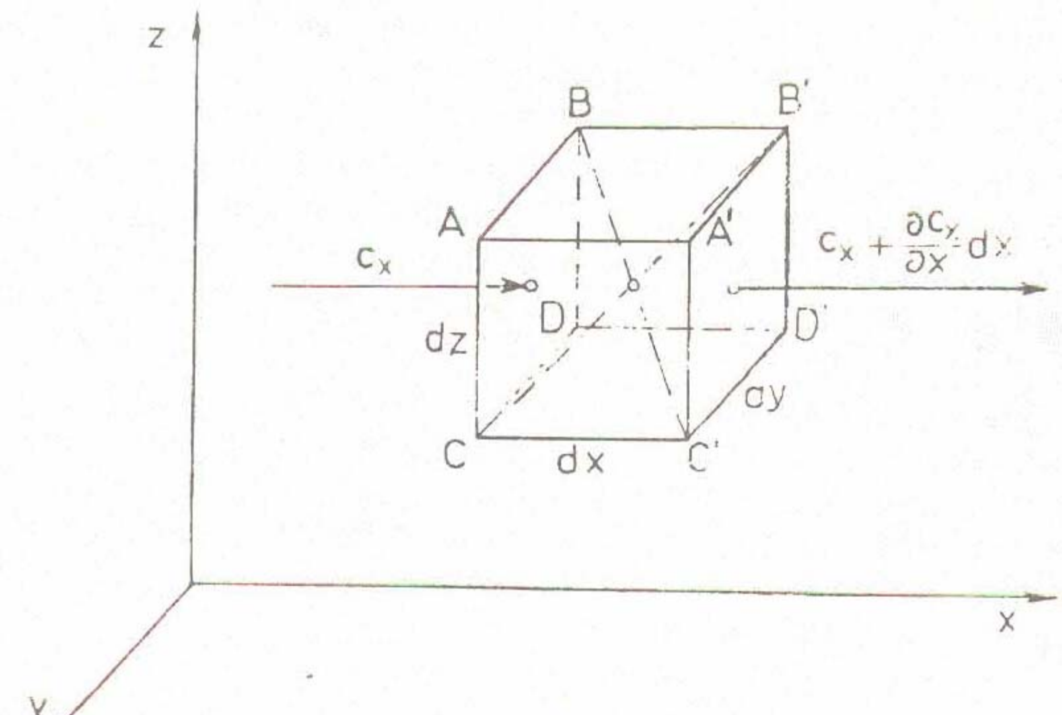
аналогно и за оските y и z

$$\Rightarrow X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{dc_x}{dt} = 0,\quad Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{dc_y}{dt} = 0,\quad Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{dc_z}{dt} = 0$$

- **Или со примена на врската за забрзувањето**

$$\Rightarrow \begin{cases} X - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} = \dfrac{\partial c_x}{\partial t} + \dfrac{\partial c_x}{\partial x}c_x + \dfrac{\partial c_x}{\partial y}c_y + \dfrac{\partial c_x}{\partial z}c_z \\ Y - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} = \dfrac{\partial c_y}{\partial t} + \dfrac{\partial c_y}{\partial x}c_x + \dfrac{\partial c_y}{\partial y}c_y + \dfrac{\partial c_y}{\partial z}c_z \\ Z - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} = \dfrac{\partial c_z}{\partial t} + \dfrac{\partial c_z}{\partial x}c_x + \dfrac{\partial c_z}{\partial y}c_y + \dfrac{\partial c_z}{\partial z}c_z \end{cases}$$

Равенка на континуитет –
– на непрекинатост на струењето



Сл.4.7

брзината во т - ка 1: c_{1x}

флуидна маса низ $ABCD$: $dm_{1x} = \rho dx_1 dydz$

флуидна маса низ $ABCD$ во единица време:

$$\frac{dm_{1x}}{dt} = \rho \frac{dx_1}{dt} dydz$$

флуидна маса низ $ABCD$ во единица време:

$$dm_{1x} = \rho c_{1x} dydzdt$$

брзината во т - ка 2: $c_{2x} = c_{1x} + \frac{\partial c_x}{\partial x} dx$

флуидна маса низ $A'B'C'D'$:

$$dm_{2x} = \rho dx_2 dydz$$

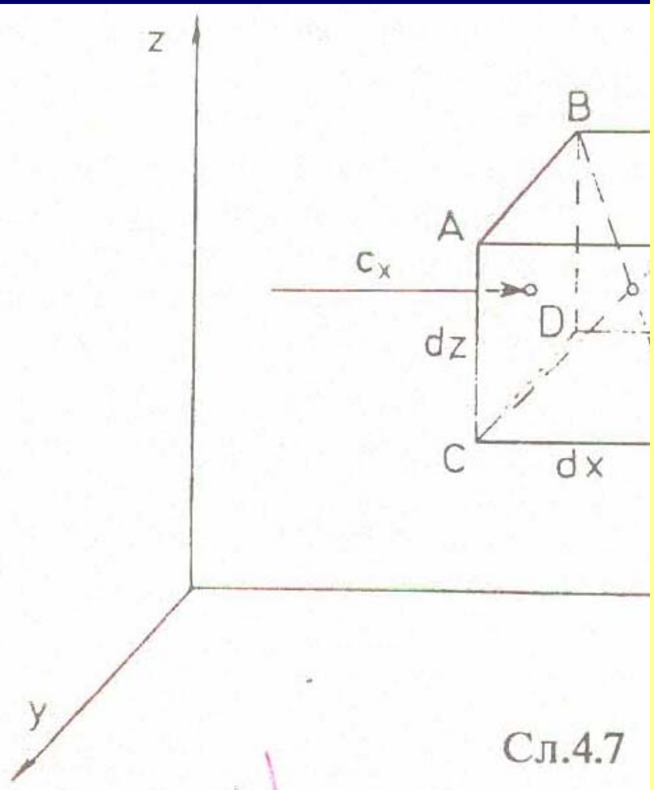
флуидна маса низ $A'B'C'D'$ во единица време:

$$\frac{dm_{2x}}{dt} = \rho \frac{dx_2}{dt} dydz$$

флуидна маса низ $A'B'C'D'$ во единица време:

$$dm_{2x} = \rho \left(c_{1x} + \frac{\partial c_x}{\partial x} dx \right) dydzdt$$

Равенка на континуитет –
– на непрекинатост на струењето



Сл.4.7

$$dm_x = dm_{2x} - dm_{1x} = \rho\left(c_{1x} + \frac{\partial c_x}{\partial x}dx\right)dydzdt - \rho c_{1x}dydzdt = \rho\frac{\partial c_x}{\partial x}dxdydzdt$$

аналогно:

$$dm_y = \rho\frac{\partial c_y}{\partial y}dxdydzdt$$

$$dm_x = \rho\frac{\partial c_z}{\partial z}dxdydzdt$$

$$dm = dm_x + dm_y + dm_z = \rho\left(\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z}\right)dxdydzdt$$

за стационарно струење: $\frac{\partial m}{\partial t} = 0$

$$\frac{\partial c_x}{\partial x} + \frac{\partial c_y}{\partial y} + \frac{\partial c_z}{\partial z} = 0$$

за нестационарно струење: $\frac{\partial m}{\partial t} \neq 0$

не се обработува во овој курс

Navier – Stockes – ови равенки на движење на реален некомпресибилен флуид ($\rho = const$)

- **Ако Ојлеровите р-ки се дополнат со силите од триење, кои се резултат на тангелцијалните напрегања,**

$$\tau = \pm\eta \frac{\partial c}{\partial n}$$

- **се добиваат р-ки на движење на реален (вискозен флуид)**

$$\Rightarrow \begin{cases} X - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} = \dfrac{\partial c_x}{\partial t} + \dfrac{\partial c_x}{\partial x}c_x + \dfrac{\partial c_x}{\partial y}c_y + \dfrac{\partial c_x}{\partial z}c_z - \nu\left(\dfrac{\partial^2 c_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 c_x}{\partial z^2}\right) \\ Y - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} = \dfrac{\partial c_y}{\partial t} + \dfrac{\partial c_y}{\partial x}c_x + \dfrac{\partial c_y}{\partial y}c_y + \dfrac{\partial c_y}{\partial z}c_z - \nu\left(\dfrac{\partial^2 c_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 c_y}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 c_y}{\partial z^2}\right) \\ Z - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} = \dfrac{\partial c_z}{\partial t} + \dfrac{\partial c_z}{\partial x}c_x + \dfrac{\partial c_z}{\partial y}c_y + \dfrac{\partial c_z}{\partial z}c_z - \nu\left(\dfrac{\partial^2 c_z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 c_z}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 c_z}{\partial z^2}\right) \end{cases}$$

Navier – Stockes – ови равенки на движење на реален некомпресибилен флуид ($\rho = const$)

- **Ако Ојлеровите р-ки се дополнат со силите од триење, кои се резултат на тангелцијалните напрегања,**

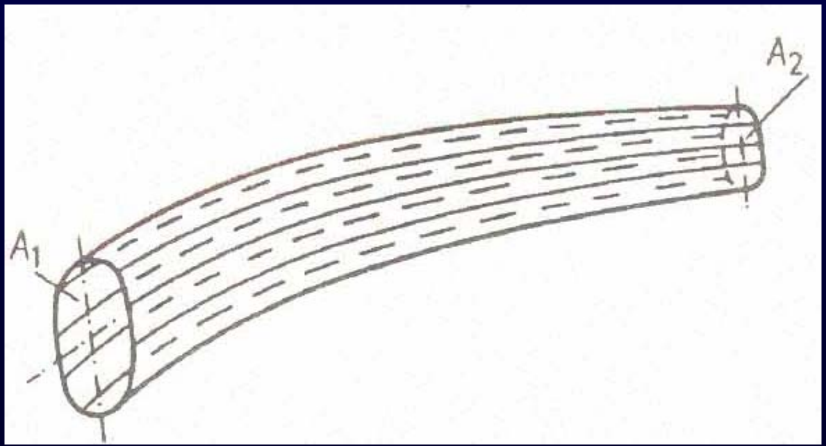
$$\tau = \pm\eta \frac{\partial c}{\partial n}$$

- **се добиваат р-ки на движење на реален (вискозен флуид)**

$$\Rightarrow \begin{cases} X - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} = \dfrac{\partial c_x}{\partial t} + \dfrac{\partial c_x}{\partial x}c_x + \dfrac{\partial c_x}{\partial y}c_y + \dfrac{\partial c_x}{\partial z}c_z - \nu\left(\dfrac{\partial^2 c_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 c_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 c_x}{\partial z^2}\right) \\ Y - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} = \dfrac{\partial c_y}{\partial t} + \dfrac{\partial c_y}{\partial x}c_x + \dfrac{\partial c_y}{\partial y}c_y + \dfrac{\partial c_y}{\partial z}c_z - \nu\left(\dfrac{\partial^2 c_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 c_y}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 c_y}{\partial z^2}\right) \\ Z - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} = \dfrac{\partial c_z}{\partial t} + \dfrac{\partial c_z}{\partial x}c_x + \dfrac{\partial c_z}{\partial y}c_y + \dfrac{\partial c_z}{\partial z}c_z - \nu\left(\dfrac{\partial^2 c_z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 c_z}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 c_z}{\partial z^2}\right) \end{cases}$$

Теорија на еднодимензионално струење

- Анализа на 3D струењето е сложено и во секојдневната пракса многу често непотребно поради тоа што одзема многу време.
- Затоа, за практични секојдневни проблеми поврзани со движење на флуидите во каналите и цевководите, со задоволителна точност, струењето може да се набљудува како 1D (еднодимензионално) струење вдолж струјницата
- Основен елемент при 1D струењето е елементарниот струен поток, кој се дефинира како сноп на струјници кои поминуваат низ две произволни елементарни површини A_1 и A_2 -> 0

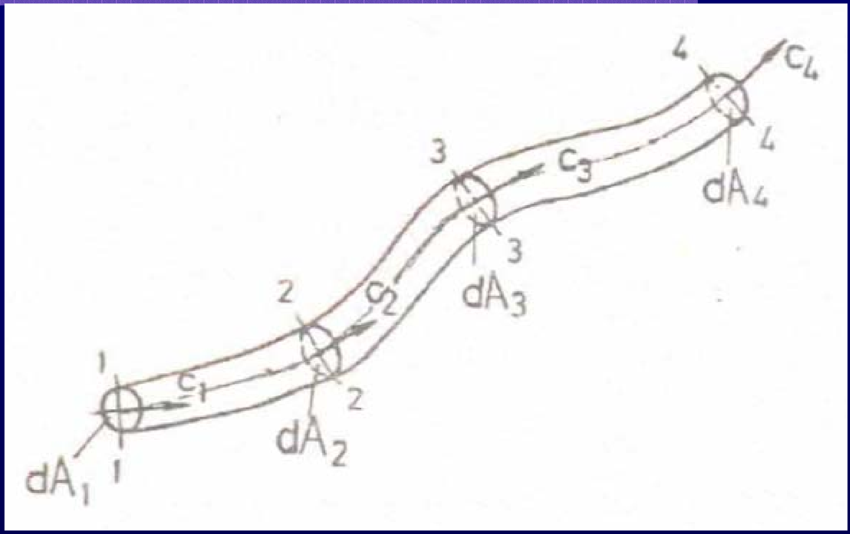


Теорија на еднодимензионално струење

- Флуидниот волумен кој поминува во единица време низ било кој напречен пресек на елементарниот струен поток се нарекува **елементарен проток** и се означува со ΔQ
- Ако со ΔA се означи елементарниот напречен пресек на елементарионт струен поток, тогаш односот $v = \dfrac{\Delta Q}{\Delta A}$

  претставува **средна брзина** во набљудуваниот пресек од елементарниот струен поток.
- Ако п-ната ΔA е бесконечно мала, т.е. $\Delta A \to 0$, со голема точност може да се смета дека сите честички од таа п-на/тој пресек се движат со таа средна брзина. Во таков случај, наместо средната брзина v може да се стави брзината во т-ка c, т.е. брзината во онаа т-ка која ја пресекува основната струјница, која поминува низ елементарната п-на. Тогаш, елементарниот проток може да се дефинира како $dQ = c\ dA$ [m³/s]

Равенка на континуитет за елементарен струен поток и за поток со конечни димензии



- Со користење на својствата на ел. стр. поток, ќе се изведе р-ката за континуитет за нестислив флуид.
  Се набљудува флуидно количество кое протекува помеѓу пресеците 1-1 и 2-2 за време dt и низ ел. п-ни $dA_{1,2}$.
  Тоа количество може математички да се запише:

$$dm_1 = \rho dA_1 c_1 dt, \qquad dm_2 = \rho dA_2 c_2 dt$$

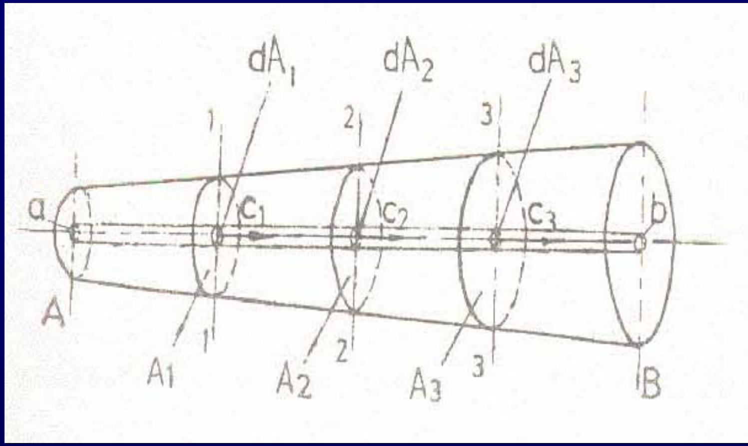
- Согласно основните претпоставки направени при изучување на струењето на флуидите, количеството на материја помеѓу двата пресеци останува

$$dm_1 = dm_2 = const$$
$$dm = \rho dA_1 c_1 dt = \rho dA_2 c_2 dt = const$$

$$dQ_m = \frac{dm}{dt} = \rho dA \cdot c = const$$
$$dQ = \frac{dV}{dt} = dA \cdot c = const$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{dA_2}{dA_1}$$

Равенка на континуитет за елементарен струен поток и за поток со конечни димензии



- На сликата напоредно се прикажани ел. стр. поток и поток со конечни димензии. Р-ката за континуитет за нестислив флуид за ел. стр. поток за 3 пресеци (1-1,2-2 и 3-3) гласи:

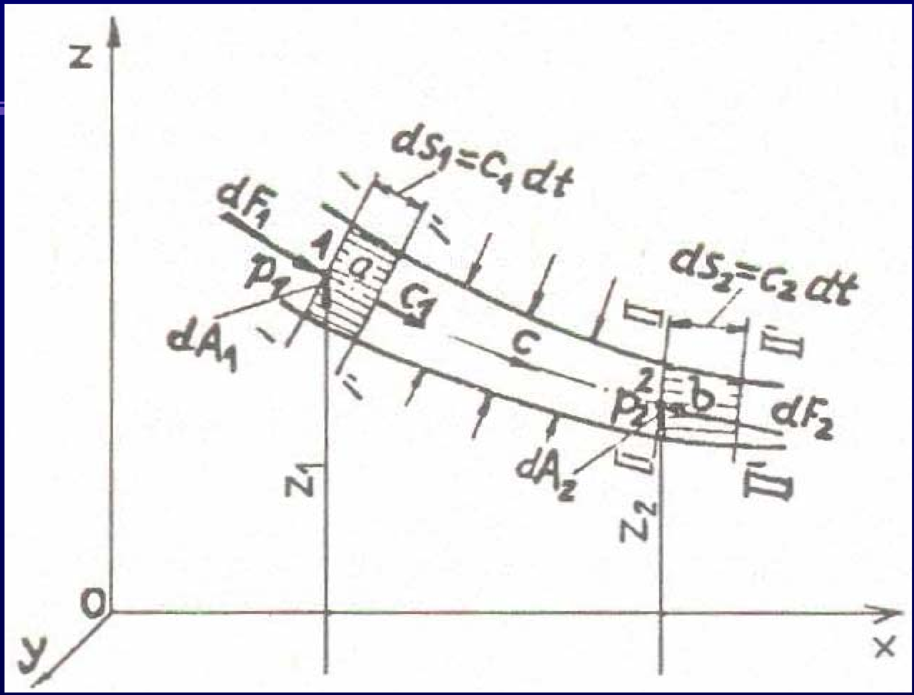
$$dQ = dA_1 c_1 = dA_2 c_2 = dA_3 c_3$$

- Со интегрирање по соодветните п-ни се добива: $\int_{A_1} dA_1 c_1 = \int_{A_2} dA_2 c_2 = \int_{A_3} dA_3 c_3$

т.е. со воведување на поимот за средна брзина се добива р-ка на континуитет за поток со конечни димензии за нестислив флуид

$$Q = \int_{A_1} dA_1 v_1 = \int_{A_2} dA_2 v_2 = \int_{A_3} dA_3 v_3, \qquad Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 = A_3 v_3 = const$$

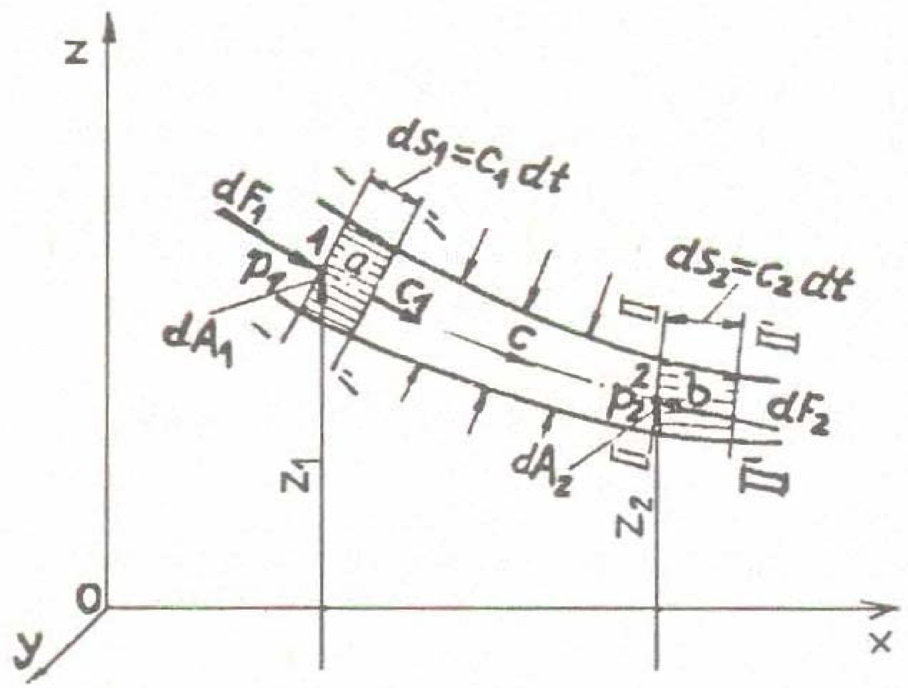
Бернулиева р-ка за елементарен струен поток на нестислив идеален флуид



- Се набљудува движење на флуидната маса во ел. стр. поток меѓу пресеците 1-1 и 2-2 и за неа се запишува р-ката на кинетичката енергија. Прирастот на кин. ен. е еднаков на работата на надворешните сили кои деливаат на флуидната маса.
- После временси интервал *dt*, набљудуваната фл.маса ќе се премести и ќе завземе нова положба ограничена со пресеци 1’-1’ и 2’-2’. Обласга определена со споменатите пресеци ќе ја поделиме на 3 волумени *a*, *b*, *c*, при што е јасно дека $a = b$
- Прирастот на кин.ен. при преместување на фл.маса од 1-2 во 1’-2’ е:

$$\Delta\frac{mv^2}{2}=\left[E_k(c)+E_k(b)\right]_{t+dt}-\left[E_k(a)+E_k(c)\right]_t$$

Бернулиева р-ка за елементарен струен поток на нестислив идеален флуид



- Бидејќи движењето е стационарно, кин.ен. на флуидот во волумените c_t и c_{t+dt} не се променува, т.е. :

$$\Delta\frac{mv^2}{2}=E_k(b)-E_k(a)$$

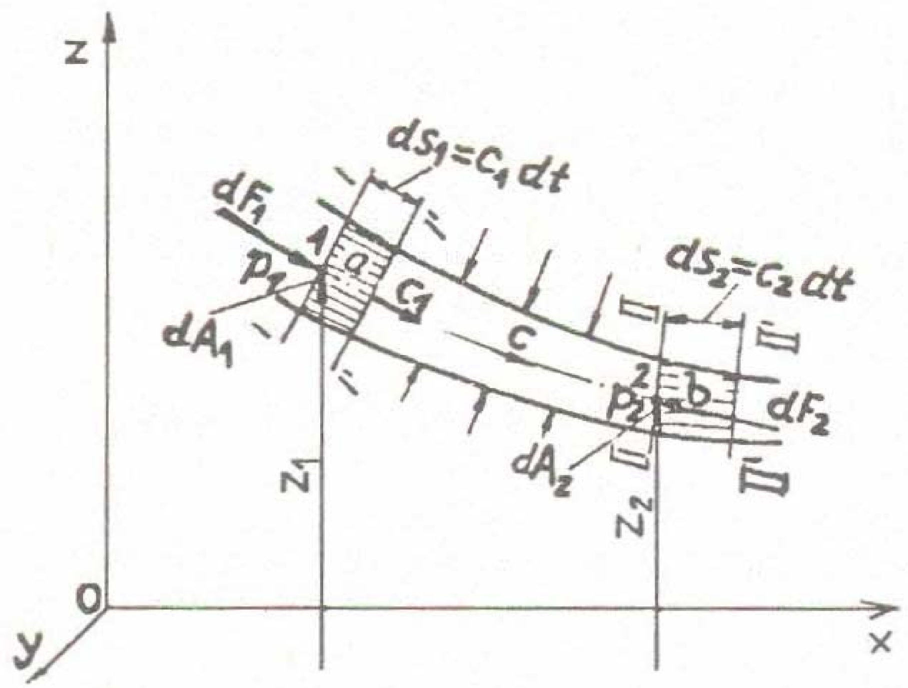
- Кин.ен. на волумените a, b се:

$$E_k(a)=\frac{dm_1c_1^2}{2}=\rho dA_1c_1dt\frac{c_1^2}{2},\ \text{каде}\ \ dm_1=\rho dA_1ds_1=\rho dA_1c_1dt$$

$$E_k(b)=\frac{dm_2c_2^2}{2}=\rho dA_2c_2dt\frac{c_2^2}{2},\ \text{каде}\ \ dm_2=\rho dA_2ds_2=\rho dA_2c_2dt$$

$$\Delta\frac{mv^2}{2}=\rho dA_2c_2dt\frac{c_2^2}{2}-\rho dA_1c_1dt\frac{c_1^2}{2}=\rho dQdt\frac{c_2^2-c_1^2}{2}$$

Бернулиева р-ка за елементарен струен поток на нестислив идеален флуид

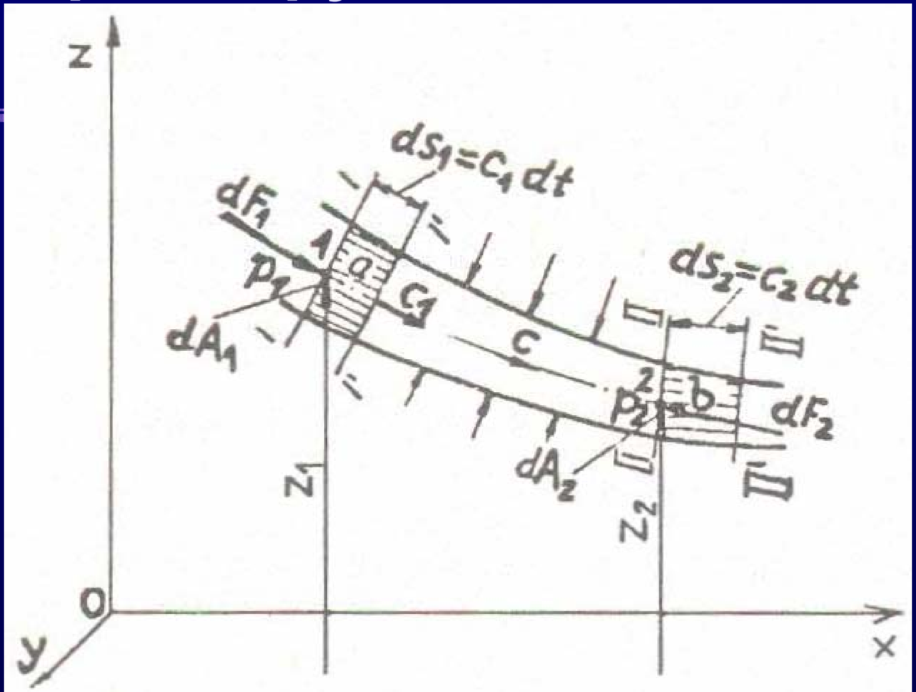


- **За невискозен (идеален) нестислив флуид, на набљудуваната маса делуваат силата од Земјината тежа и силите на притисок по бочните и челните п-ни.**
- **Поради нестисливоста на флуидот, при поместување на флуидот, внатрешната енергија на набљудуваниот фл.волумен не се менува, т.е. во р-ката на кин.ен. влегува само работата од надворешните сили**
- **Работата на силата од Земј.тежа се должи на работата на преместување на волуменот *a* во волуменот *b*:**

$$dG(z_1 - z_2) = \rho g dA_1 c_1 dt (z_1 - z_2)$$

- **Работата на силите од притисокот по бочните п-ни е нула затоа што сили се нормални на текот**

Бернулиева р-ка за елементарен струен поток на нестислив идеален флуид



- Работата на силите од притисокот по челните п-ни е $p_1 dA_1 c_1 dt - p_2 dA_2 c_2 dt$
- Р-ката на кин.ен.го добива следниот облик:

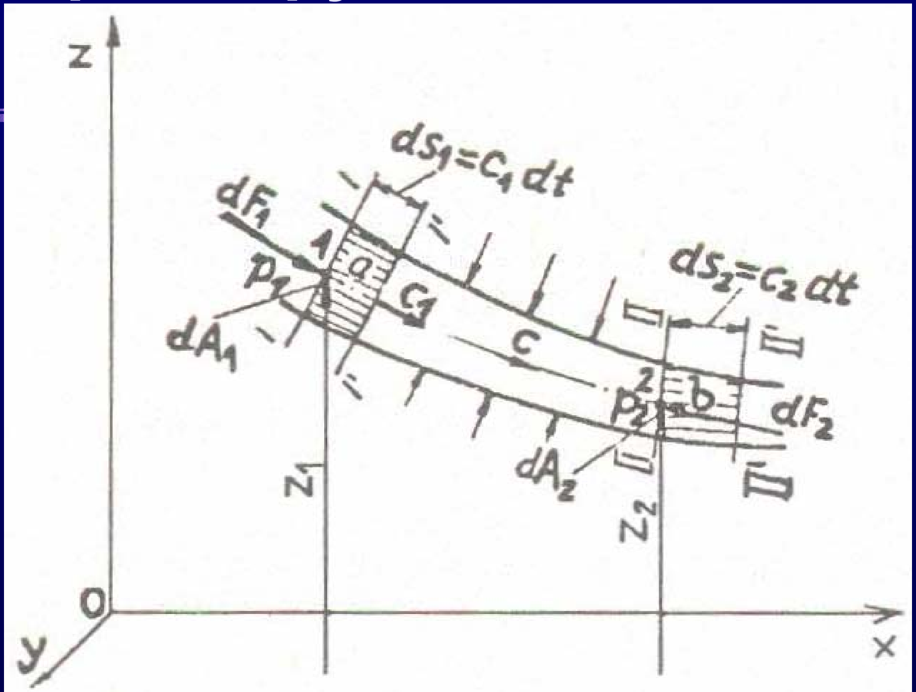
$$\rho dA_2 c_2 \frac{c_2^{\;2}}{2} dt - \rho dA_1 c_1 \frac{c_1^{\;2}}{2} dt = \rho g dA_1 c_1 (z_1 - z_2) dt + p_1 dA_1 c_1 dt - p_2 dA_2 c_2 dt$$

$$\rho g dA_1 c_1 z_1 + p_1 dA_1 c_1 + \rho dA_1 c_1 \frac{c_1^{\;2}}{2} = \rho g dA_1 c_1 z_2 + p_2 dA_2 c_2 + \rho dA_2 c_2 \frac{c_2^{\;2}}{2}$$

$$dA_1 c_1 = dA_2 c_2 = dQ$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^{\;2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^{\;2}}{2g} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} = const \quad [m]$$

Бернулиева р-ка за елементарен струен поток на нестислив идеален флуид

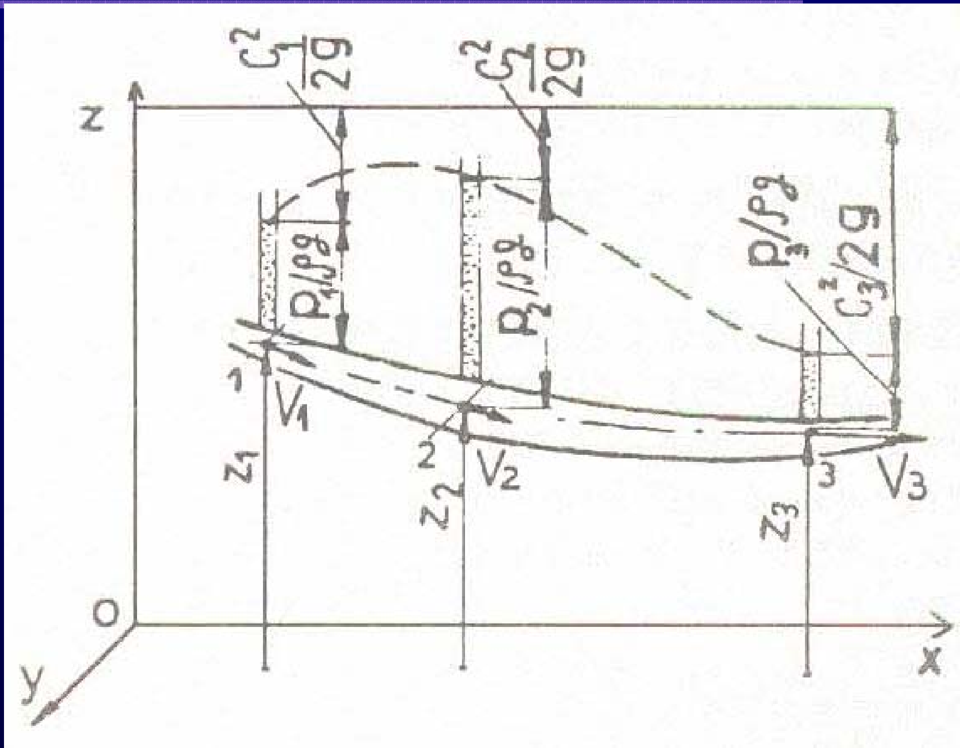


- **Потсетување:**
  Претпоставките при кои беше изведена Бернулиевата р-ка за идеален нестислив флуид се:

- **Флуидот е идеален (невискозен)**
- **Густината е константна (нестислив флуид)**
- **Движењето е стационарно**
- **На флуидот делува само силата од Земјината тежа**
- **Интегрирањето се изведува вдолж струјницата (елементарен струен поток)**

Геометриско и енергетско толкување на Бернулиевата р-ка за нестислив идеален флуид

- z – геодетска висина
- $\dfrac{p}{\rho g}$ – пиезометриска висина (од притисокот)
- $\dfrac{c^2}{2g}$ – брзински напор / висина на брзината (од кин.енергија)



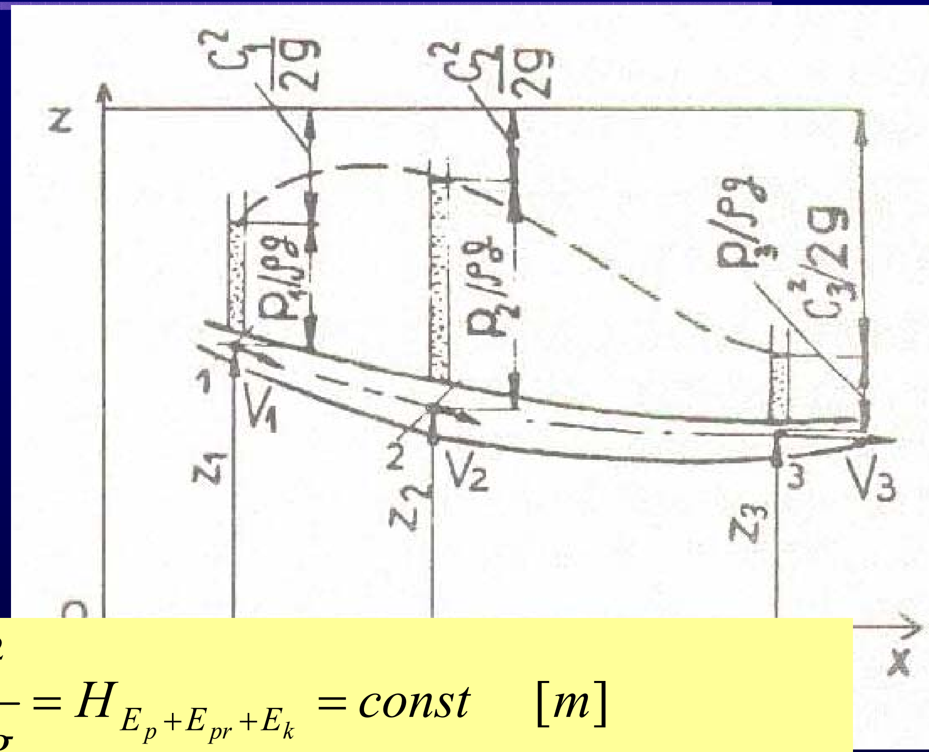
- Збирот од висините кои одговараат на соодветните енергии за идеален флуид, останува константна за секој пресек од набљудуваната струјница:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^{\,2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^{\,2}}{2g} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} = H_{E_p + E_{pr} + E_k} = const$$

Геометриско и енергетско толкување на Бернулиевата р-ка за нестислив идеален флуид

- Кај идеален флуид, збирот од енергиите
  - на **позицијата** (геодетска),
  - од **притисокот** (притисна) и
  - од **движењето** (кинетичка)

  останува константна за секој пресек од набљудуваната струјница:



$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^{\,2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^{\,2}}{2g} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} = H_{E_p + E_{pr} + E_k} = const \quad [m]$$

$$\rho g z_1 + p_1 + \rho\frac{c_1^{\,2}}{2} = \rho g z_2 + p_2 + \frac{\rho c_2^{\,2}}{2} = \rho g z + p + \rho\frac{c^2}{2} = \Delta p_{E_p + E_{pr} + E_k} = const \quad [Pa]$$

$$g z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^{\,2}}{2} = g z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^{\,2}}{2} = g z + \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} = \Delta E_{E_p + E_{pr} + E_k} = const \quad [\frac{J}{kg} = \frac{m^2}{s^2}]$$

Бернулиева р-ка за елементарен струен поток на нестислив реален флуид

- Потсетување:
  Претпоставките при кои беше изведена Бернулиевата р-ка за идеален нестислив флуид беа:
- Флуидот е идеален (невискозен)
- Густината е константна (нестислив флуид)
- Движењето е стационарно
- На флуидот делува само силата од Земјината тежа
- Интегрирањето се изведува вдолж струјницата (елементарен струен поток)

- Кога се набљудува РЕАЛЕН (ВИСКОЗЕН) флуид, постојат загуби од триење, т.е. збирот на енергиите вдолж струјницата НЕ останува константен............

Бернулиева р-ка за елементарен струен поток на нестислив идеален флуид

- Ако со $\sum_{1}^{2} H_z \, [m]$ се означат загубите од вискозно триење кои се случиле поради струењето на флуидот помеѓу пресеците 1 и 2, тогаш Б.р-ка за реален нестислив флуид може да се запише како:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^{\,2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^{\,2}}{2g} + \sum_{1}^{2} H_z \qquad [m]$$

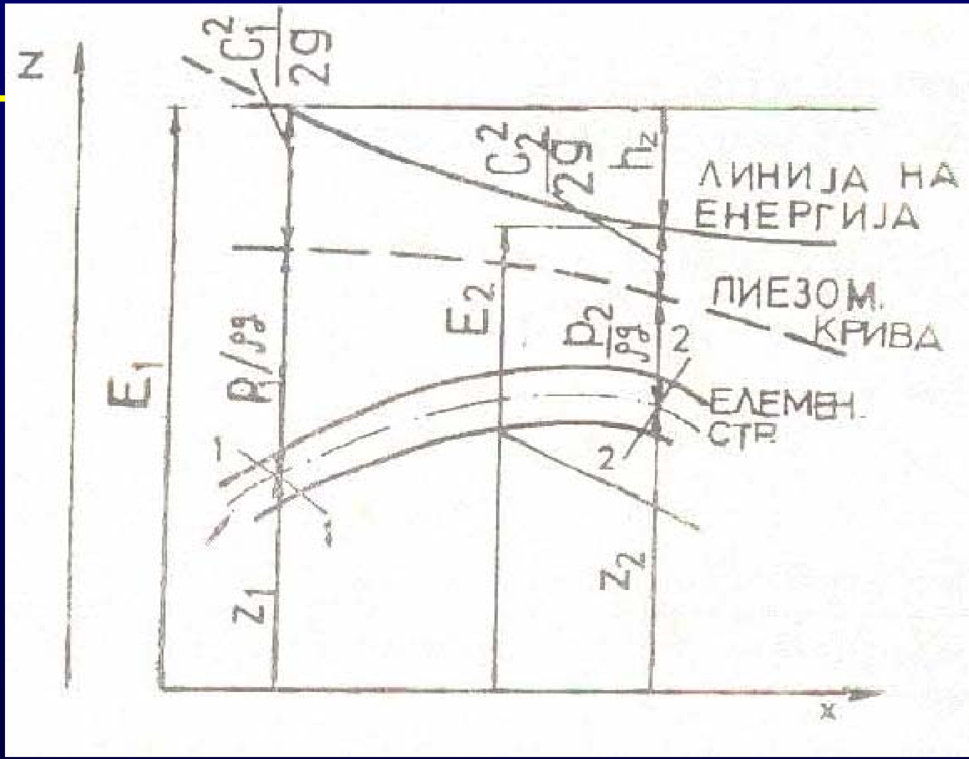
- т.е. дека енергијата во пресек 1 се троши на предавање на енергијата во пресек 2 и на совладување на вискозните загуби при струењето на флуидот од пресек 1 до пресек 2

$$E_1 = E_2 + E_{visk.zag.1-2} \, [J / kg]$$

Геометриско и енергетско толкување на Бернулиевата р-ка за нестислив реален флуид

- Кај реален (вискозен) флуид, збирот од енергиите
  - на позицијата (геодетска),
  - од притисокот (притисна) и
  - од движењето (кинетичка)

  не останува константна во секој следен пресек од набљудуваната струјница, туку истата се намалува за вредноста на загубите помеѓу двата последователни пресеци:



$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^{\;2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^{\;2}}{2g} + \sum_1^2 H_z \qquad [m]$$

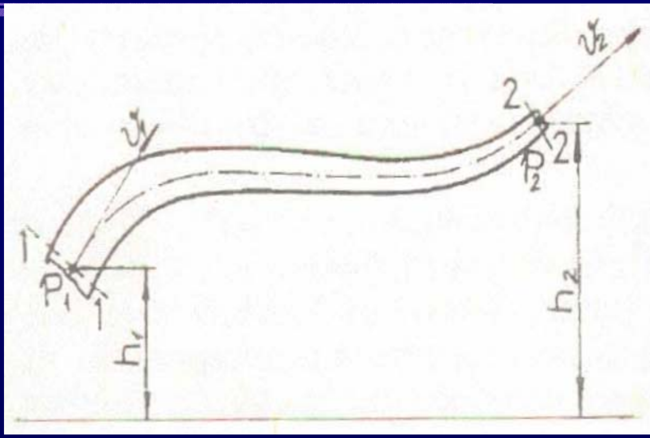
Бернулиева р-ка за струен поток со конечни димензии на нестислив идеален/реален флуид

- Во случај на струење на флуидот каде струјните линии имаат многу мал агол на растурање од основниот правец на струењето и при кое се јавуваат мали закривувања, Б.р-ка за ел.стр.поток може да се прошири и за струјни токови со конечни димензии, т.е. со земање на средната брзина на струење по напречниот пресек како репрезент на брзината на струењето во тој пресек. Притоа, за да се земе предвид усреднувањето на струењето, членот не кин.енер. се множи со т.н. Кориолисов ф-р – корекционен ф-р за кин.енерг.:

$$\underbrace{\underbrace{z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha {v_1}^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha {v_2}^2}{2g}}_{\text{идеален (нневискозн) флуид}} + \sum_1^2 H_z}_{\text{реален (ввискозенфлуид}} \qquad [m]$$

- Големината на овој к-ф зависи од степенот на нерамномерноста на распределбата на брзината по напречниот пресек на струјниот ток. Во практични случаи се зема $\boxed{\alpha = 1}$

Бернулиева р-ка за струен поток со конечни димензии на нестислив идеален/реален флуид



Напомени при решавање на задачи со Б.Р. за стр.поток со кон.дим. и за ел.стр.поток:

- Б.Р. секогаш се пишува за два пресека и тоа така да од левата страна е енергијата на пресекот кој претходи во струењето, додека од десната е ток кој следи (кон кој се одвива струењето).
- Б.Р. во својот основен облик содржи 6 непознати променливи, и поради тоа секогаш се поврзува со соодветната р-ка на континуитет за набљудуваните пресеци за кои е напишана Б.Р.
- За полесно решавање, Б.Р. треба да се постави за оние пресеци во кои има најмногу познати податоци или каде некоја од променливите се бара да се пресмета.
- При решавање на некои проблеми, потребно е поставување на Б.Р. за повеќе од два пресеци (на пр. разгранет проток). Притоа, треба да се внимава дека Б.Р. секогаш се пишува за континуирана (непрекината) струјница или струен ток.
- Ако се набљудува поток со кон.дим. во Б.Р. влегуваат интензитетите на средните брзини и за статичкиот притисок кои се сметаат константни по напр.пресек

Бернулиева р-ка за струен поток со конечни димензии на нестислив идеален/реален флуид

Алгоритам за решавање на задачи со Б.Р. за неразгранет стр.поток со кон.дим.:

Чекор 1: Анализа на задачата, зададените вредности, цртежот на кој е прикажано струењето и бараните големини. Препознавање на два пресеци во кои има најмногу податоци или во кои се бара да се пресмета некоја големина.

Чекор 2: Запишување на Б.Р. за препознаените два пресека од чекор 1 (соодветно за (не)вискозен флуид).

Чекор 3: Запишување на р-ката на континуитет за препознаените пресеци од чекор 1.

Чекор 4: Запишување на загубите помеѓу двата пресеци.

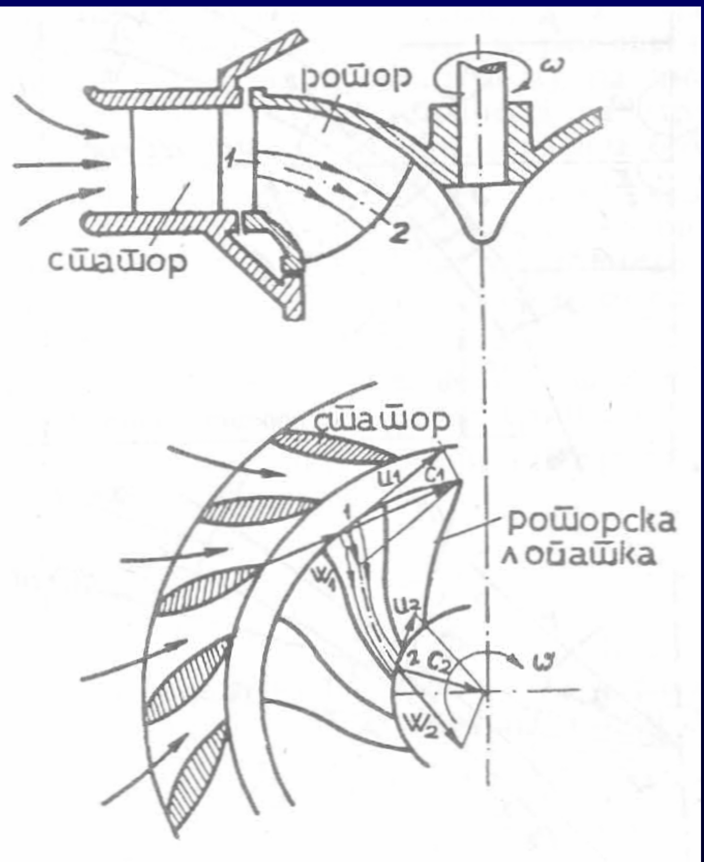
Чекор 5: Замена на соодветните р-ки за да се добие бараната големина и изразување на бараната големина.

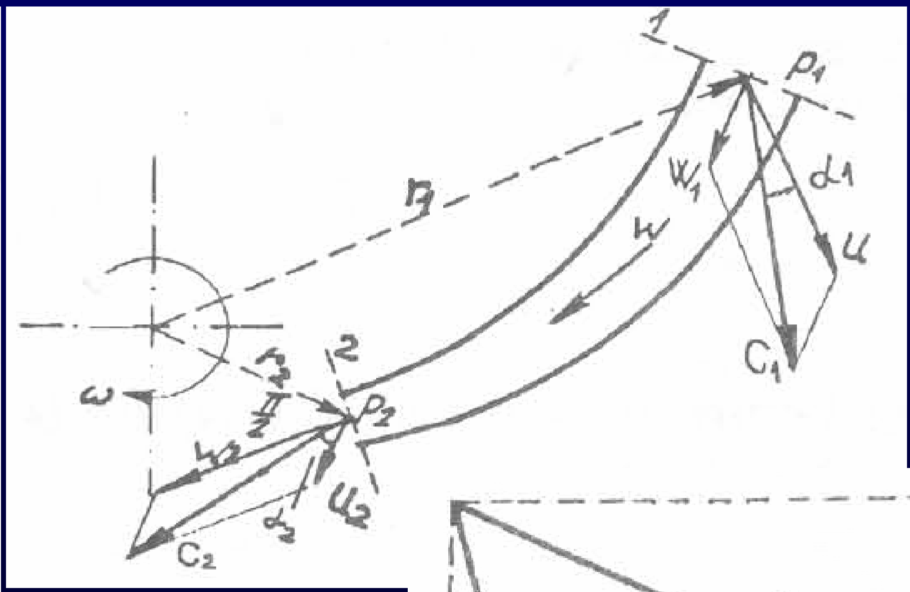
Чекор 6: Замена на вредностите и определување на вредноста на бараната големина.

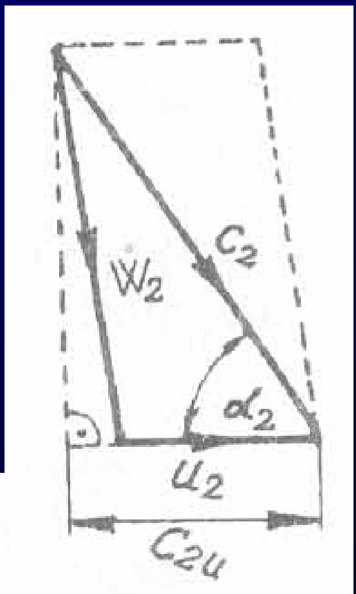
Напомена: да се внимава на димензиската конзистентност на р-ките.

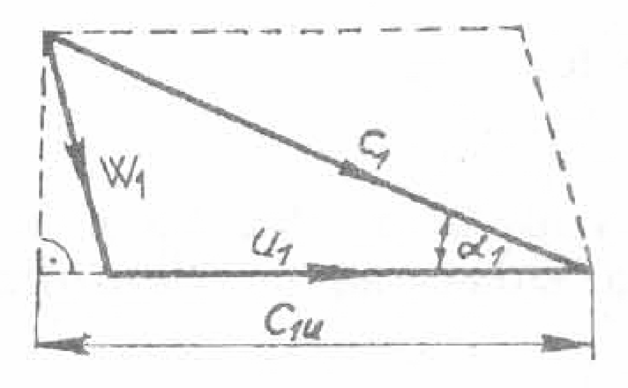
Б. р-ка за струење на нестислив идеален/реален флуид низ рамномерно вртливи канали

Поим за рамномерно вртлив канал и струјница (ел.или со кон.дим) која рамномерно ротира)









Б. р-ка за струење на нестислив идеален/реален флуид низ рамномерно вртливи канали

При струење на флуид низ рамномерно вртливи канали се препознаваат следниве движења:

Преносно – на ротацијата

Релативно – струењето на флуидот низ каналот (струјницата)

Апсолутно – збир на преносното и релативното

$$\underbrace{\vec{w}}_{\text{релативна брзина}} + \underbrace{\vec{u}}_{\text{преносна брзина}} = \underbrace{\vec{c}}_{\text{апсолутна брзина}}$$

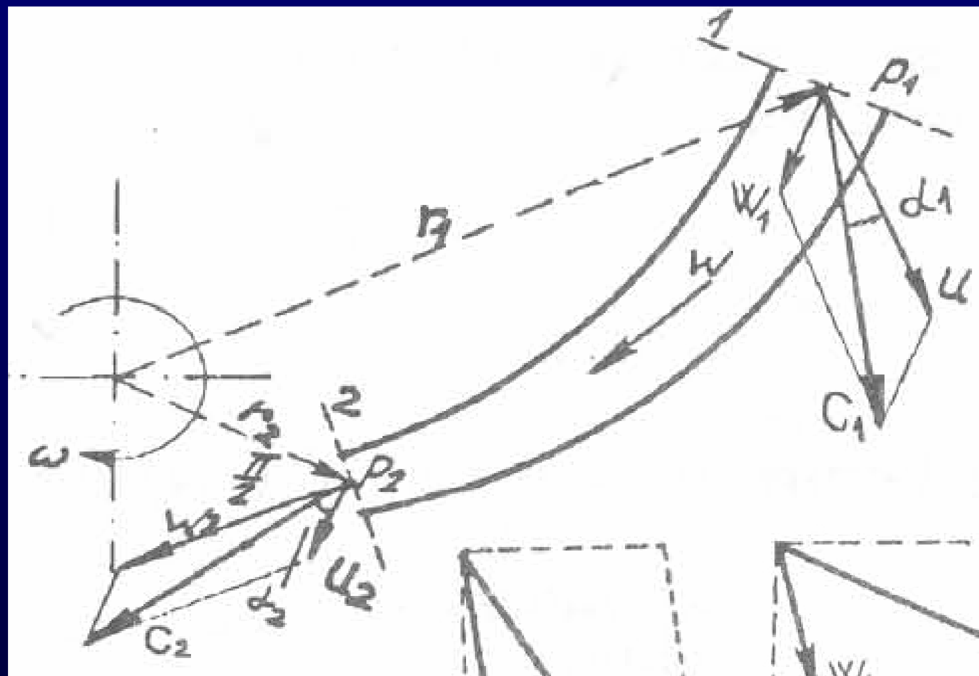
Триаголниците/паралелограмите на брзинате ја искажуваат зависноста на апсолутното, преносното и релативното движење. Триаголниците на брзина се определени со интензитетите на векторите на брзините на преносното, релативното и апсолутното движење и аглите α и β

Б. р-ка за струење на нестислив идеален/реален флуид низ рамномерно вртливи канали

$$\angle\alpha = (\angle\vec{u},\vec{c}) = arctg\,\frac{c_m}{c_u}$$

$$\angle\alpha = arctg\,\frac{c_m}{w_u + u}$$

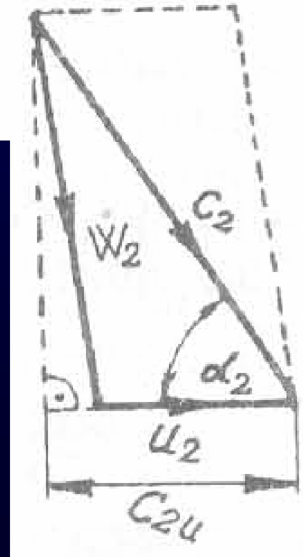
$$\angle\beta = (\angle\vec{u},\vec{w}) = arctg\,\frac{w_m}{w_u}$$

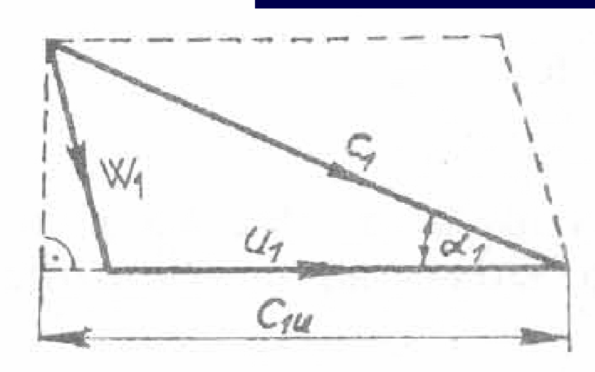


$$\vec{w} + \vec{u} = \vec{c}$$

$$m: \quad w_m + u_m = c_m, \qquad u_m = 0$$

$$u: \quad w_u + u = c_u,$$





Б. р-ка за струење на нестислив идеален/реален флуид низ рамномерно вртливи канали

Б.Р. за струење на нестислив (не)вискозен флуид низ рамномерно вртливи канали и основни енергиски р-ки на турбомашините

$$\underbrace{\underbrace{z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^{\ 2}}{2g} - \frac{u_1^{\ 2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^{\ 2}}{2g} - \frac{u_2^{\ 2}}{2g}}_{\text{идеален (нневискозн) флуид}} + \sum_1^2 H_z}_{\text{реален (ввискозенфлуид}} \qquad [m]$$

$$\Delta E = \frac{c_1^{\ 2} - c_2^{\ 2}}{2g} + \frac{u_1^{\ 2} - u_2^{\ 2}}{2g} + \frac{w_2^{\ 2} - w_1^{\ 2}}{2g} [Nm / N]$$

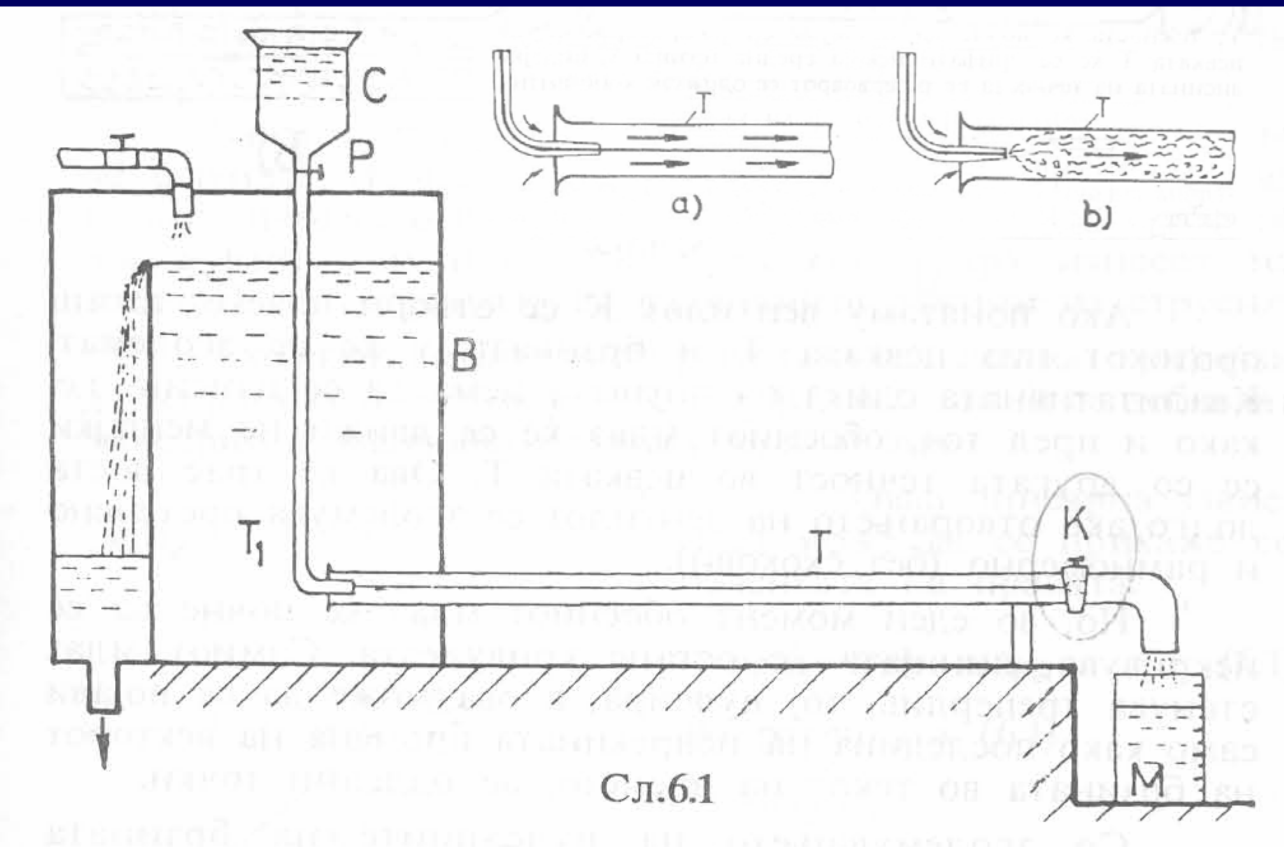
$$\Delta E = \frac{1}{g}(u_1 c_1 \cos\alpha_1 - u_2 c_2 \cos\alpha_2)$$

$$\Delta E = \frac{1}{g}(u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u})$$

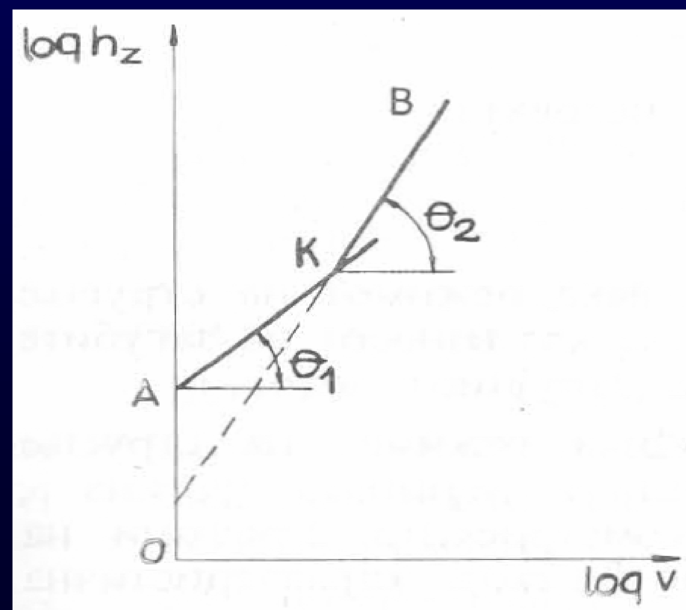
Режими на струење на флуидите. Хидр. загуби на енергијата (напорот) при дв.на реален флуид

Ламинарно движење е она при кое флуидот може да се смета дека се движи во слоеви (ламини) при кое нема виори и не доаѓа до мешање на слоевите на флуидот.

Турбулентно движење е она при кое се јавуваат пулсации на брзината, виорно движење, и при кое доаѓа до мешање на слоевите на флуидот.



Сл.6.1



Режими на струење на флуидите. Хидр. загуби на енергијата (напорот) при дв.на реален флуид

Рејнолдсов број и негова критична вредност

$$\mathrm{Re} = \frac{v\ell\rho}{\eta} \overset{\rho=const}{\overbrace{=}} \frac{v\ell}{\nu}$$

$$\mathrm{Re}_{kr} = \frac{v\ell}{\nu} = 2320$$

Од претходниот експеримент следува дека, режимот на струење на флуидот има директно влијание врз големината на загубите на енергија вдолж струјниот ток

Експериментално е покажано дека Re-бројот како бездимензионална големина преку која мооже да се определи режимот на струењето, дали е ламинарно или турбулентно

Режими на струење на флуидите. Хидр. загуби на енергијата (напорот) при дв.на реален флуид

$$\sum_1^2 H_z = \sum_1^2 H_{lin} + \sum_1^2 H_{lok}$$

Видови на отпори (загуби), нивно пресметување и суперпозиција

Линиски	Локални (месни)
Поради линиско триење долж струење на флуидот во каналот (цевката) и тоа: - меѓу цевката и флуидот и - меѓу флуидните слоеви	Поради локална деформација на струењето (раширување, стеснување, закривување на струјниот ток и сл.)
$\sum_1^2 H_{lin} = \sum_i \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \frac{v_i^2}{2g} [m]$	$\sum_1^2 H_{lok} = \sum_j \xi_j \frac{v_j^2}{2g} [m]$

$$\lambda = \lambda\left(\mathrm{Re}, \frac{\Delta}{d}\right)$$

Дарсиев к-ф на линиски загуби

Режими на струење на флуидите. Хидр. загуби на енергијата (напорот) при дв.на реален флуид

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^{\,2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^{\,2}}{2g} + \sum_1^2 H_z \qquad [m]$$

$$\sum_1^2 H_z = \sum_1^2 H_{lin} + \sum_1^2 H_{lok} = \sum_i \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \frac{v_i^{\,2}}{2g} + \sum_j \xi_j \frac{v_j^{\,2}}{2g} \qquad [m]$$

$$\sum_1^2 H_z = z_1 - z_2 + \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_1^{\,2}}{2g} - \frac{c_2^{\,2}}{2g} \qquad [m]$$

Карактеристика на загуби на цевководот

$$\lambda = \lambda\left(\mathrm{Re}, \frac{\Delta}{d}\right)$$

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

За ламинарно Re < 2320

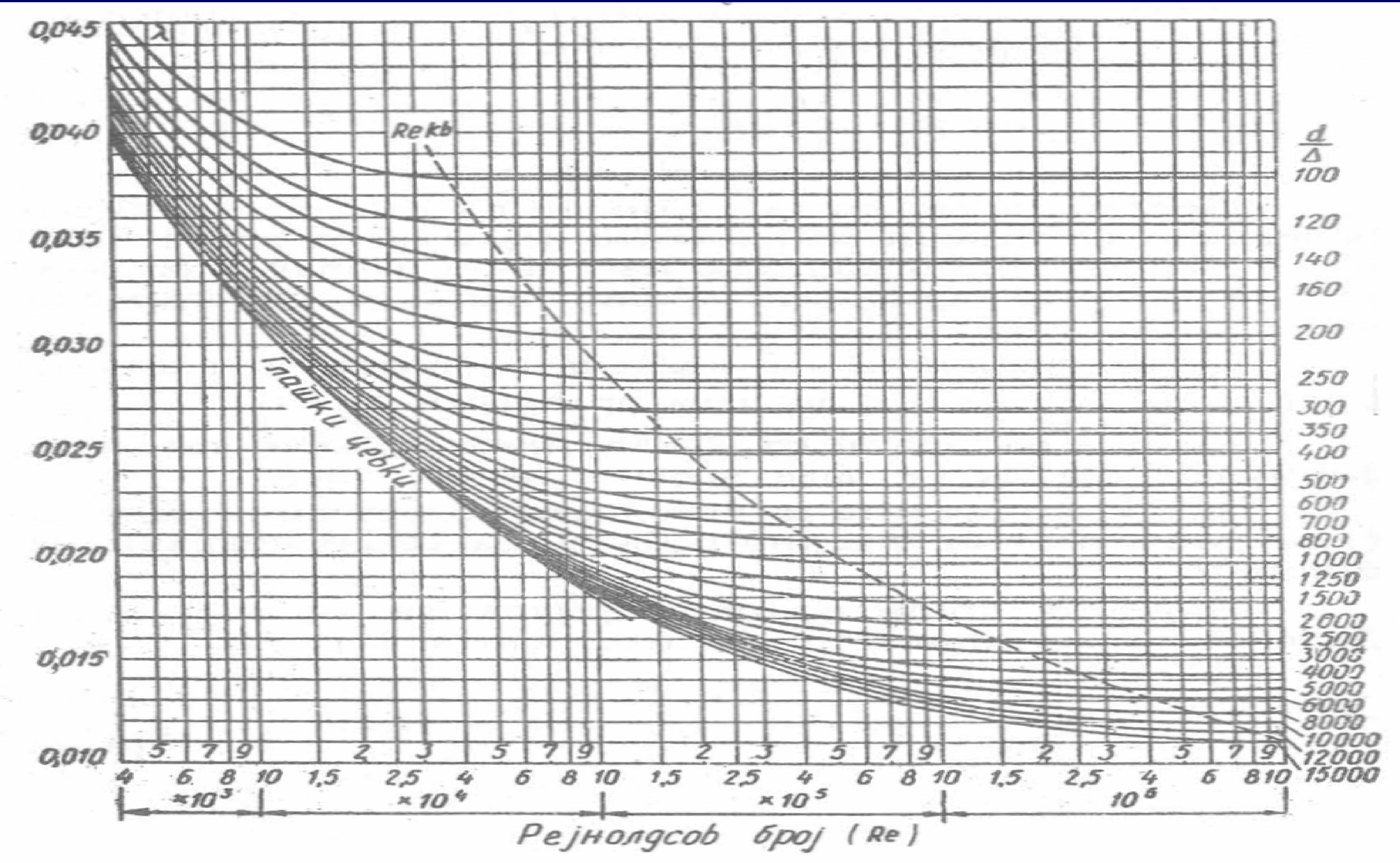
$$\lambda = \frac{0.3164}{\mathrm{Re}^{0.25}}$$

За 2320 < Re < 100000 (Блазиус) (глатки)

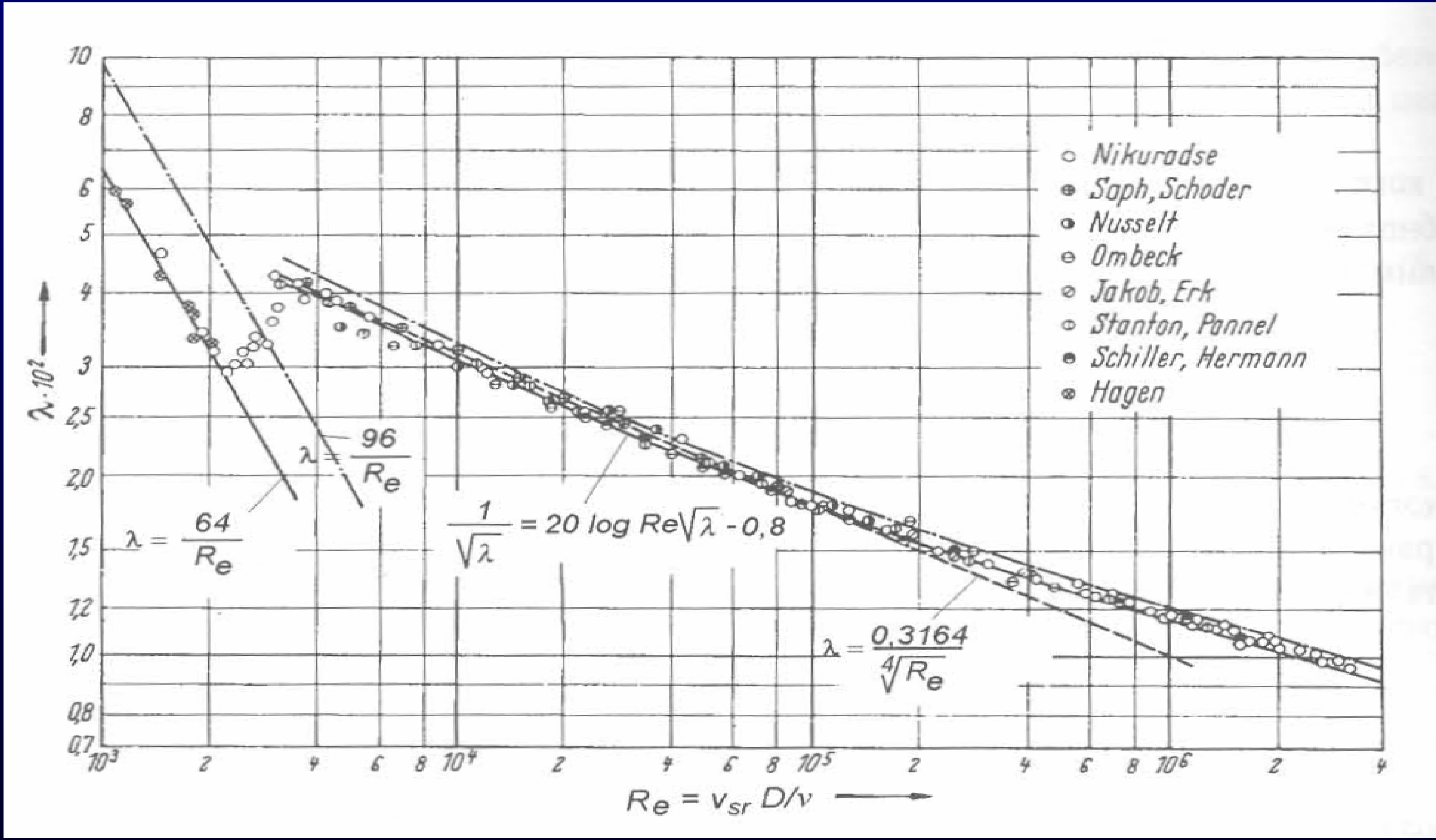
$$\lambda = 0.1\left(1.46\frac{\Delta}{d} + \frac{100}{\mathrm{Re}}\right)^{0.25} \text{ или } \lambda = 0.11\left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{0.25}$$

За Re > 100000 (Алтшул) (рапави)

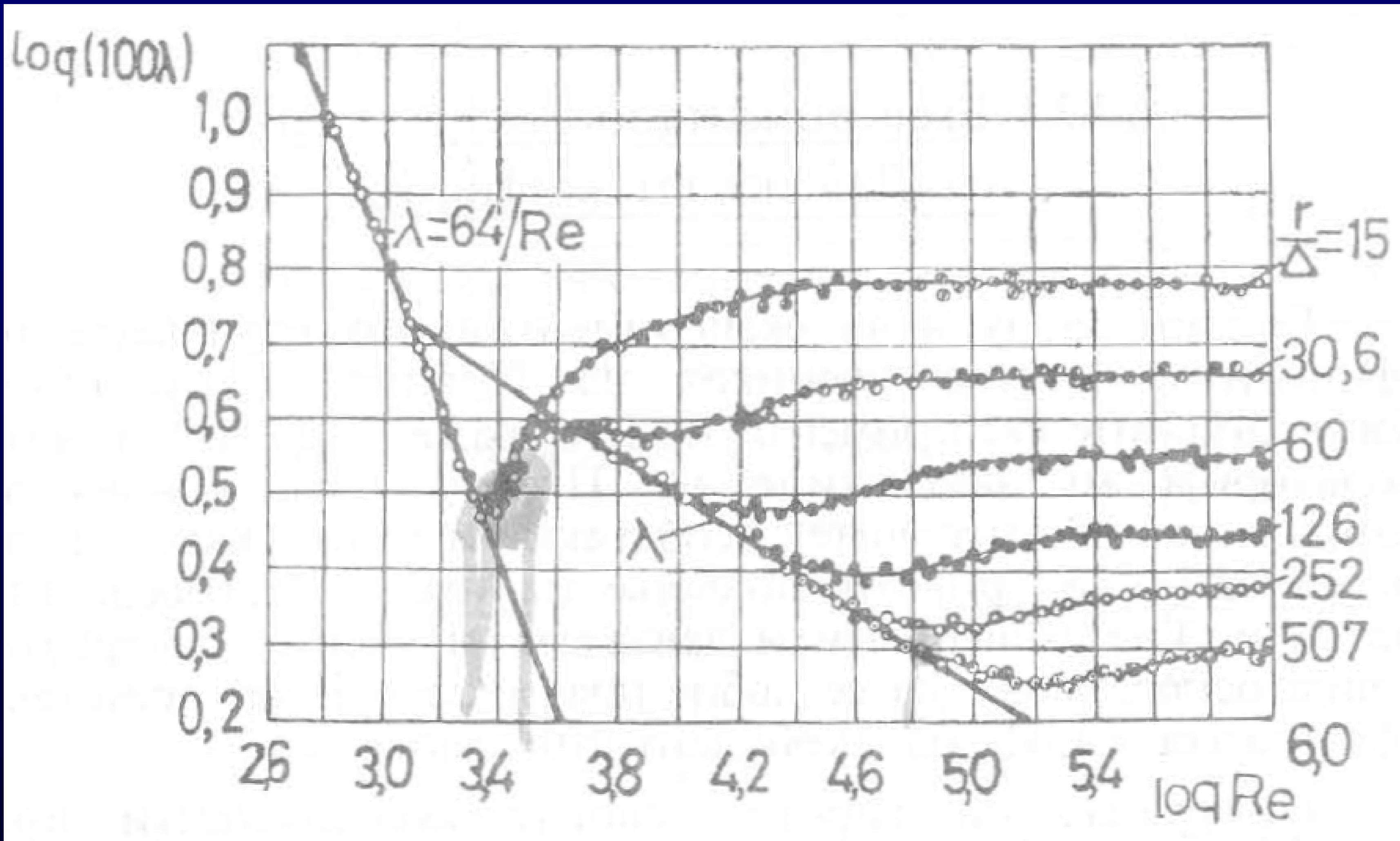
Режими на струење на флуидите.
Дарсиев коефициент



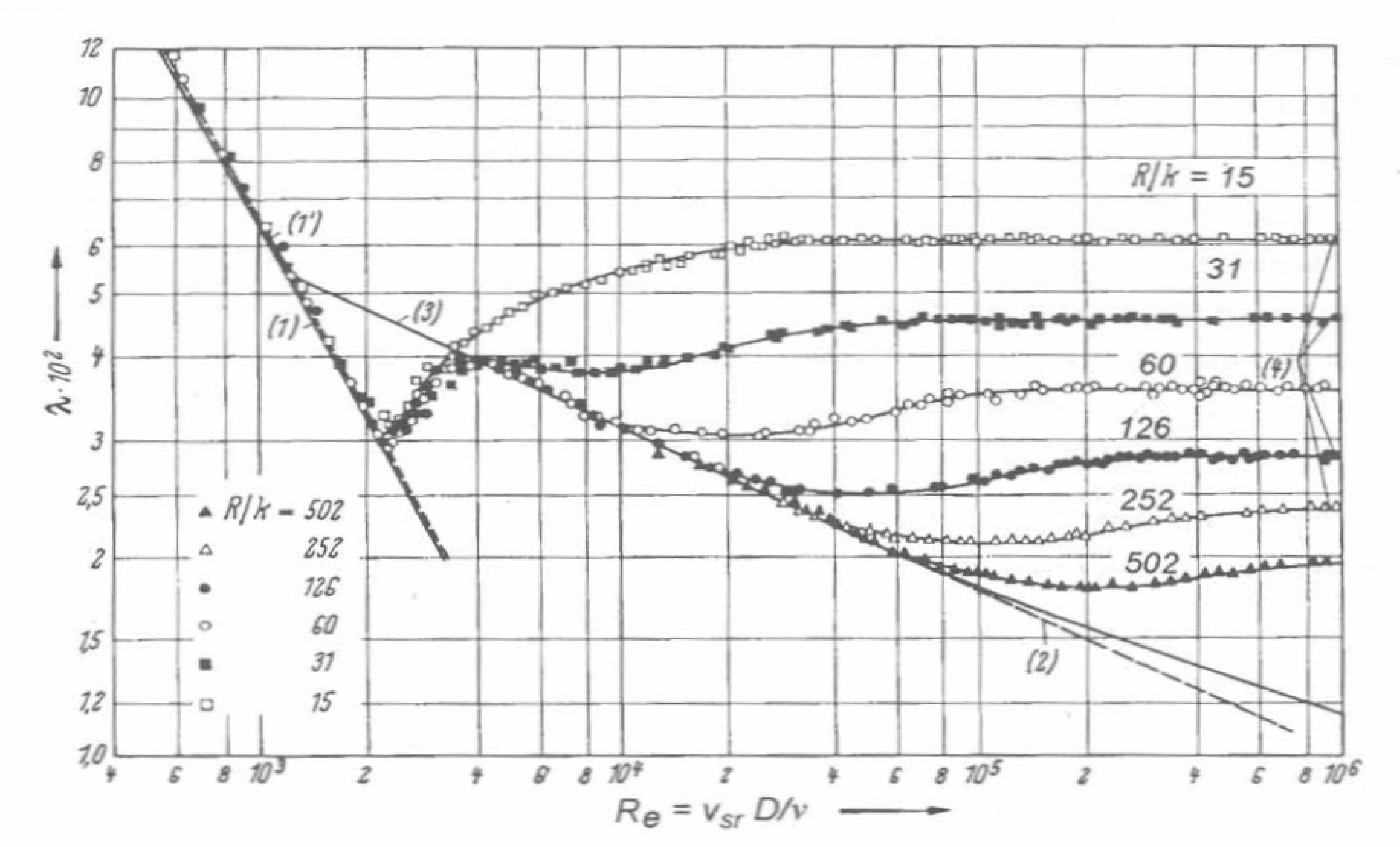
Режими на струење на флуидите.
Дарсиев коефициент



Експериментално испитување на Дарсиевиот коефициент



Експериментално испитување на Дарсиевиот коефициент



Експериментално Никурадзе-ово испитување на Дарсиевиот коефициент

Од анализата на дијаграмот може да се изведат следниве заклучоци:

- За Re < 2320 сите експериментални т-ки, без оглед на рапавоста на цевката, лежат на правата која важи за ламинарен режим на струење
- За 2320 < Re < 3000 натрупување на експерименалните т-ки независно од глаткоста – нема практично значење оваа област
- За Re > 3000 започнува да влијае рапавоста(глаткоста) на цевките
- За цевки со многу мала рапавост (кои може да бидат третирани како глатки цевки) и 3000 < Re < 100000, експериментите ја следат кривата на Блазиус
- За Re > 100000 – се преминува во квадратната област каде рапавоста на цевката влијае врз големината на к-ф на триење.

Сложени цевководни системи

Сложените цевководни системи се оние каде

1. Постои разгранување на токот на струењето
2. Постојат прстенести формации кои обезбедуваат снабдување на потрошувачите

За сложените цевководни системи важат двата основни закони на хидродинамиката

1. Законот за континуитет (запазување на материјата)

$$\sum_i Q_i = 0 \quad , i = \text{јазолна т - ка}$$

2. Законот за запазување на енергијата (во овој курс ќе се користи во наједноставна 1D форма – преку примена на Бернулиевата р-ка)

$$\sum_j \Delta p_j = 0 \quad , j = \text{контура}$$

Сложени цевководни системи

Еквивалентна должина:

$$\lambda \frac{l}{d} + \Sigma\xi = \lambda \frac{l_{ek}}{d} \quad / \frac{d}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad l + \frac{d}{\lambda}\Sigma\xi = l_{ek}$$

во себе ги зема еквивалентирани локалните загуби

За пресметка на загубите од енергија во цевководот се користи р-ката:

$$\sum_i H_z = (\lambda_i \frac{l_i}{d_i} + \sum_j \xi_j) \frac{v_i^{\,2}}{2g} = 0.0827 \lambda_i \frac{l_{i,ek}}{d_i} Q_i^{\,2}$$

$$\frac{16}{\pi^2 g} = 0.0827$$

Сложени цевководни системи

Со паралелни гранки:

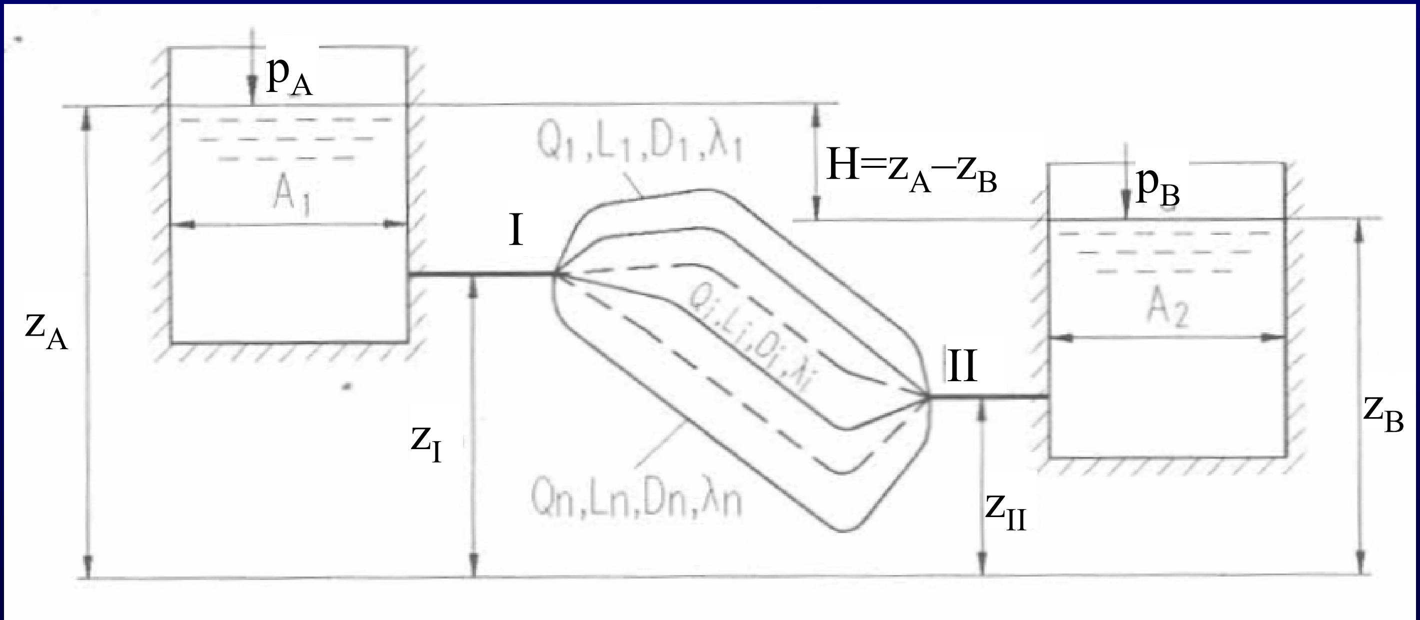
Се претпоставува систем како на сликата од следниот слајд:

- резервоарите A и B, во општ случај, се затворени при што над нивиата на флуидот во резервоарите владеат притисоци p_A и p_B ,
- цевководот кој ги поврзува двата резервоари се состои од 3 секции – A-I, I-II, II-B, при што 2-рата секција се состои од n делници
- нивоата во резервоарите A и B, се z_A и z_B

При горенаведените претпоставки, може да се постават n Бернулиеви р-ки од резервоарот A до B, при што се добива зависност за загубите по n-те делници од I до II.

Сложени цевководни системи

Со паралелни гранки: Загубите (падот на притисокот) во паралелните гранки се (е) еднакви (-ов)



$$(B.R.)i - гранка: z_A + \frac{p_A}{\rho g} + \frac{c_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\rho g} + \frac{c_B^2}{2g} + \sum_A^I H_z + \sum_I^{II} H_{z,i} + \sum_{II}^B H_z \quad [m]$$

$$\sum_i H_{z,i} = \lambda_i \frac{l_{i,ek}}{d_i}\frac{v_i^2}{2g} = 0.0827\lambda_i \frac{l_{i,ek}}{d_i} Q_i^2 = const, \quad i = 1, n$$

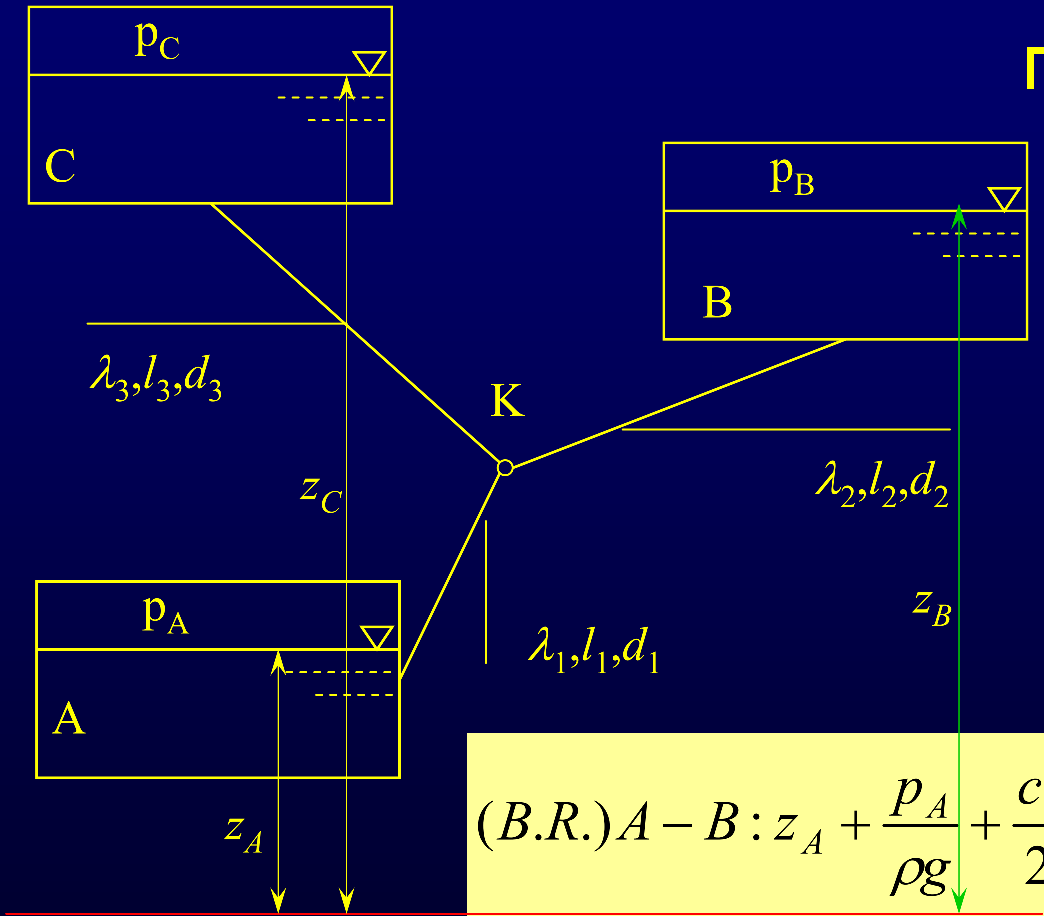
Сложени цевководни системи

Со различна потрошувачка на краевите:

Се претпоставува систем како на сликата од следниот слајд:

- резервоарите А, В и С, во општ случај, се затворени при што над нивоата на флуидот во резервоарите владеат притисоци p_A, p_B и p_C, соодветно
- нивоата во резервоарите А и В, се z_A, z_B и z_C, соодветно
- цевководот кој ги поврзува двата резервоари се состои од 3 секции – А-К, К-В и К-С и загубите се дадени преку еквивалентните должини соодветно за секоја делница
- насоките на струење се од резервоарот А кон В и од резервоарот А кон С.

Сложени цевководни системи

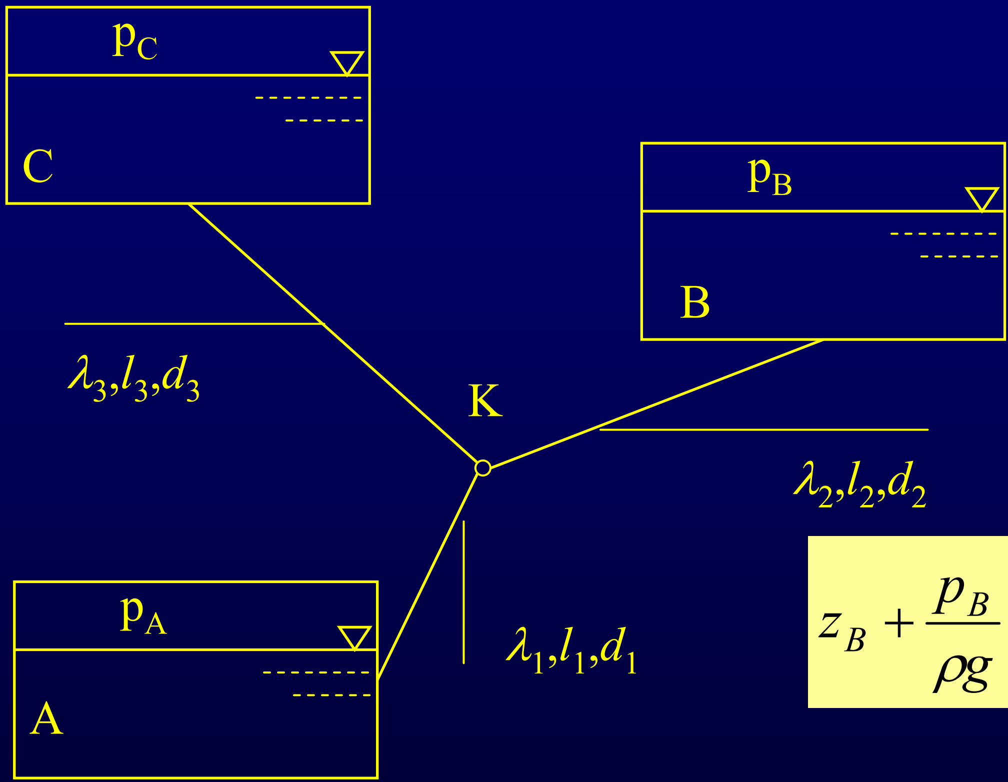


При претходно-наведените претпоставки, може да се постават Бернулиеви р-ки од резервоарот A до B и од резервоарот A до C, при што се добива зависност за променливите и загубите по секоја од делниците во цевководот

$$(B.R.)A-B: z_A+\frac{p_A}{\rho g}+\frac{c_A^2}{2g}=z_B+\frac{p_B}{\rho g}+\frac{c_B^2}{2g}+\sum_A^K H_{z,1}+\sum_K^B H_{z,2}\ \ [m]$$

$$(B.R.)A-C: z_A+\frac{p_A}{\rho g}+\frac{c_A^2}{2g}=z_C+\frac{p_C}{\rho g}+\frac{c_C^2}{2g}+\sum_A^K H_{z,1}+\sum_K^C H_{z,3}\ \ [m]$$

Сложени цевководни системи



Од Б.р-ки следува следната зависност помеѓу загубите и останатите променливи во зададениот најопшт случај

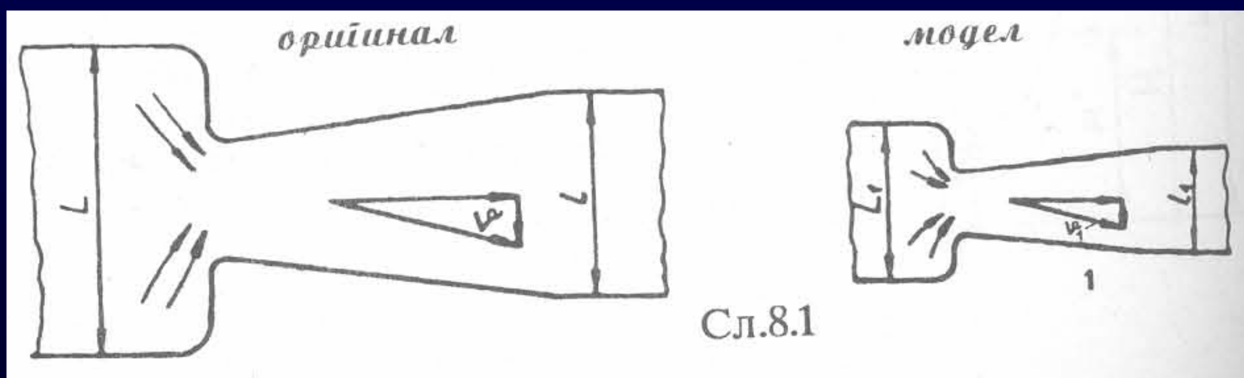
$$z_B + \frac{p_B}{\rho g} + \frac{c_B^{\ 2}}{2g} + \sum_K^B H_{z,2} = z_C + \frac{p_C}{\rho g} + \frac{c_C^{\ 2}}{2g} + \sum_K^C H_{z,3}$$

Изведувањето на претходните зависности е слично за секој од поединечните специјални случаеви: (1) $z_B = z_C$, (2) $p_B = p_C$, (3) $p_A = p_B = p_C = p_{at}$,
и другите нивни комбинации, изведени на предавања

Теорија на хидромеханичка сличност

Два системи, т.е. две струења ќе бидат меѓусебе слични ако секоја физичка големина, која нив ги карактеризира, за секои две т-ки од едното и другото струење, соодветно, се наоѓаат во еднаков сооднос.

Ваквите математички соодноси на еднородните физички големини кои се исти за сите кореспондентни т-ки, се нарекуваат коефициенти на сличноста.



Сл.8.1

Теорија на хидромеханичка сличност

Хидромеханичката сличност опфаќа:

1. Геометриска сличност искажува сличност на геометриските големини: должина, површина, волумен

$$k_l = \frac{l_{original}}{l_{model}} \qquad k_l^{\ 2} = \frac{A_{original}}{A_{model}} \qquad k_l^{\ 3} = \frac{V_{original}}{V_{model}}$$

2. Кинематска сличност искажува сличност на кинематските големини: време, брзина, забрзување

$$k_t = \frac{t_{original}}{t_{model}} \qquad k_v = \frac{v_{original}}{v_{model}} \qquad k_a = \frac{a_{original}}{a_{model}}$$

3. Динамичка сличност искажува сличност на динамичките големини: силите кои го погонуваат движењето:

Теорија на хидромеханичка сличност

3. Динамичка сличност (продолжение):
   Според Даламберовиот принцип, Навие-Стоксовите равенки може да се напишат во следниот облик:

$$I_{orig} + G_{orig} + F_{orig} + T_{orig} = 0 \quad \text{за оригиналот}$$
$$I_{\mathrm{mod}el} + G_{\mathrm{mod}el} + F_{\mathrm{mod}el} + T_{\mathrm{mod}el} = 0 \quad \text{за моделот}$$

каде: I – инерцијални сили, G – надворешни сили,
F – сили од притисок, T – вискозни сили,

Со нивно различно комбинирање се добиваат различни критериуми на сличност.

Теорија на хидромеханичка сличност

3.1. Кога во движењето на флуидот доминираат вискозните сили, се разгледува соодносот на инерцијалните и

$$\frac{I_{orig}}{I_{\mathrm{model}}}=\frac{T_{orig}}{T_{\mathrm{model}}}$$

$$I=ma=\rho Va=\rho L^3LT^{-2}=\rho L^4T^{-2}=\rho L^2v^2$$

вискозните сили

$$T=\tau A=\eta\left(\frac{dv}{dy}\right)A\sim\eta\frac{v}{L}L^2=\eta vL$$

Тогаш се добива Рејнолдсовиот број

$$\frac{I_{orig}}{I_{\mathrm{model}}}=\frac{\rho_oL_o{}^2v_o{}^2}{\rho_mL_m{}^2v_m{}^2}=k_\rho k_l{}^2k_v{}^2,\qquad\frac{T_{orig}}{T_{\mathrm{model}}}=\frac{\eta_ov_oL_o}{\eta_mv_mL_m}=k_\eta k_lk_v$$

$$\frac{\rho_oL_o{}^2v_o{}^2}{\rho_mL_m{}^2v_m{}^2}=\frac{\eta_ov_oL_o}{\eta_mv_mL_m}\quad\Rightarrow\quad\frac{\rho_ov_oL_o}{\eta_o}=\frac{\rho_mv_mL_m}{\eta_m}$$

Струењето се смета за слично ако

$$\mathrm{Re}_{original}=\mathrm{Re}_{\mathrm{model}}$$

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho vL}{\eta_o}\overbrace{=}^{\rho=const}\frac{vL}{\nu_o}$$

Теорија на хидромеханичка сличност

3.2. Кога во движењето на флуидот доминираат надворешните (гравитационите) сили, се разгледува соодносот на

$$\frac{I_{orig}}{I_{model}} = \frac{G_{orig}}{G_{model}}$$

инерцијалните и

$$I = ma = \rho V a = \rho L^3 L T^{-2} = \rho L^4 T^{-2} = \rho L^2 v^2$$

гравитацоните сили

$$G = mg = \rho V g = \rho L^3 g$$

$$\frac{I_{orig}}{I_{model}} = \frac{\rho_o L_o^{\ 2} v_o^{\ 2}}{\rho_m L_m^{\ 2} v_m^{\ 2}} = k_\rho k_l^{\ 2} k_v^{\ 2}, \qquad \frac{G_{orig}}{G_{model}} = \frac{\rho_o L_o^{\ 3} g_o}{\rho_m L_m^{\ 3} g_m} = k_\rho k_l^{\ 3} k_g$$

Тогаш се добива Фрудовиот број

$$\frac{\rho_o L_o^{\ 2} v_o^{\ 2}}{\rho_m L_m^{\ 2} v_m^{\ 2}} = \frac{\rho_o L_o^{\ 3} g_o}{\rho_m L_m^{\ 3} g_m} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_o^{\ 2}}{g_o L_o} = \frac{v_m^{\ 2}}{g_m L_m}$$

$$Fr = \frac{v^2}{gL}$$

Струењето се смета за слично ако

$$Fr_{original} = Fr_{model}$$

Теорија на хидромеханичка сличност

3.3. Кога во движењето на флуидот доминираат силите од притисокот при (ρ=const), се разгледува соодносот на инерцијалните и силите од притисок

Тогаш се добива Ојлеровиот број

Струењето се смета за слично ако

$$Eu_{original} = Eu_{model}$$

$$\frac{I_{orig}}{I_{model}} = \frac{F_{orig}}{F_{model}}$$

$$I = ma = \rho V a = \rho L^3 L T^{-2} = \rho L^4 T^{-2} = \rho L^2 v^2$$

$$F = pA = pL^2$$

$$\frac{I_{orig}}{I_{model}} = \frac{\rho_o L_o{}^2 v_o{}^2}{\rho_m L_m{}^2 v_m{}^2} = k_\rho k_l{}^2 k_v{}^2, \qquad \frac{F_{orig}}{F_{model}} = \frac{p_o L_o{}^2}{p_m L_m{}^2} = k_p k_l{}^2$$

$$\frac{\rho_o L_o{}^2 v_o{}^2}{\rho_m L_m{}^2 v_m{}^2} = \frac{p_o L_o{}^2}{p_m L_m{}^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\rho_o v_o{}^2}{p_o} = \frac{\rho_m v_m{}^2}{p_m}$$

$$Eu = \frac{\rho v^2}{p}$$

Теорија на хидромеханичка сличност

3.4. Кога во движењето на флуидот доминираат силите од притисокот при ($\rho \neq$const),

се разгледува соодносот на инерцијалните и

силите од притисокот

Тогаш се добива Маховиот број

Струењето се смета за слично ако

$$Ma_{original} = Ma_{model}$$

$$\frac{I_{orig}}{I_{model}} = \frac{F_{orig}}{F_{model}}$$

$$I = ma = \rho V a = \rho L^3 L T^{-2} = \rho L^4 T^{-2} = \rho L^2 v^2$$

$$F = \varepsilon A = \rho c^2 L^2$$

$$\frac{I_{orig}}{I_{model}} = \frac{\rho_o L_o{}^2 v_o{}^2}{\rho_m L_m{}^2 v_m{}^2} = k_\rho k_l{}^2 k_v{}^2, \quad \frac{F_{orig}}{F_{model}} = \frac{\rho_o c_o{}^2 L_o{}^2}{\rho_m c_m{}^2 L_m{}^2} = k_\rho k_c k_l{}^3$$

$$\frac{\rho_o L_o{}^2 v_o{}^2}{\rho_m L_m{}^2 v_m{}^2} = \frac{\rho_o c_o{}^2 L_o{}^2}{\rho_m c_m{}^2 L_m{}^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_o}{c_o} = \frac{v_m}{c_m}$$

$$Ma = \frac{v}{c}$$

Хидрауличен удар

Хидрауличен удар е појава која настанува при нагла промена на брзината, т.е. при нагло отворање или затворање на вентилот кај турбините или пумпите

При нагло (моментално) затворање на вентилот, зголемувањето на притисокот во цевководот се пресметува по формулата на Жуковски:

$$\Delta p = \rho a v_0$$

$\rho -$ густина на течноста која струи

$v_0 -$ средна брзина на движење на течноста во цевководот

$a -$ брзина на ширење на ударниот бран која се определува според равенката:

$$a = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\rho}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\varepsilon D}{E\delta}}}$$

$\varepsilon -$ модул на стисливост на течноста

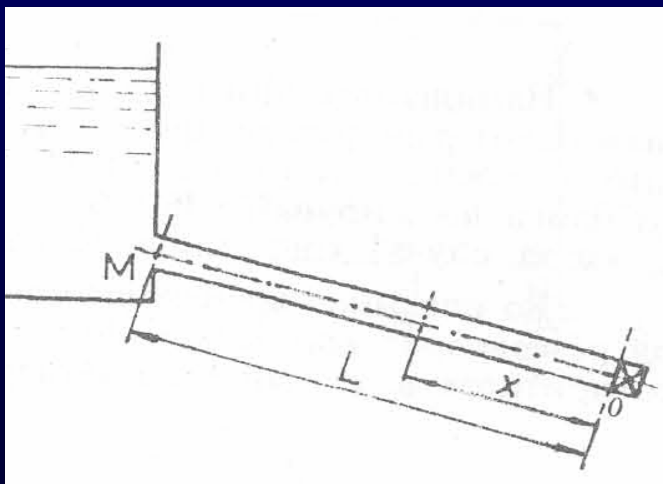
$E -$ модул на еластичност на материјалот од кој е изработена цевката

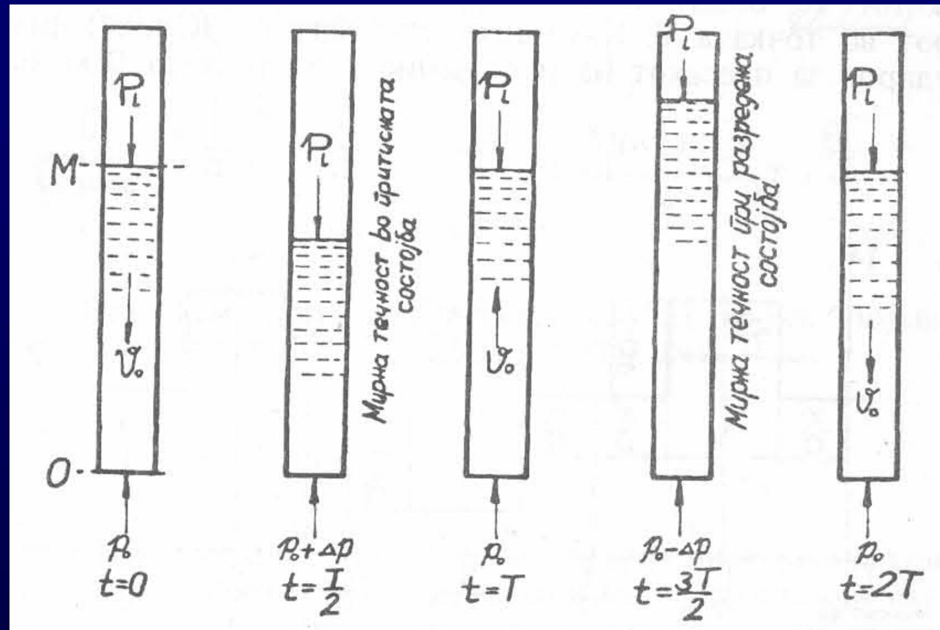
$D -$ внатрешен дијаметар на цевката

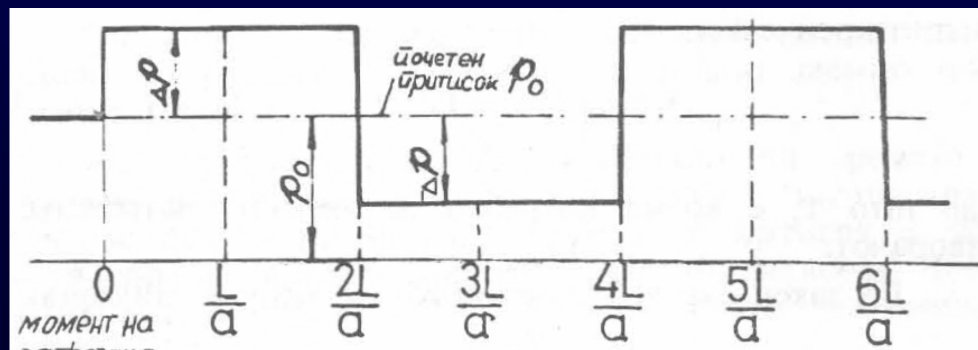
$\delta -$ дебелина на ѕидовите од цевката

Хидрауличен удар

Фази на хидрауличниот удар:







Сл.9.3

Хидраулични машини

Хидраулични машини

Хидраулични енергетски машини се оние енергетски машини, низ чии работни елементи,во процесот на претворање на механичката енергија во струјна и обратно, струи нестислив работен флуид (вода, масло итн.)

Во зависност од својата намена, хидрауличните машини се делат на три основни групи:

1. Пумпи
2. Хидраулични мотори
3. Хидраулични преносници

Хидраулични машини (пумпи)

1.1 Пумпите се хидраулични машини (ХМ) во кои ДОВЕДЕНАТА МЕХАНИЧКА ЕНЕРГИЈА се трансформира во СТРУЈНА, односно ПРИТИСНА енергија на работната течност.

Пумпите се најраспространети ХМ и наоѓаат најразлична примена :

- од водоснабдување на населени места или земјоделски површини
- преку (на пр.) примена во некои системи за снабдување со масло во возилата
- се до снабдување на ракетните мотори со гориво.

Според начинот на претворање на механичката енергија во струјна, односно притисна, пумпите се делат на:

- турбопумпи,
- волуменски пумпи
- струјни пумпи
- пневматски пумпи

Хидраулични машини (пумпи)

1.1.1. Турбопумпите спаѓаат во групата на турбомашини кај кои со помош на работното коло составено од определен број на лопатки, механичката енергија се трансформира во струјна енергија на работната течност. Тоа претворање настанува во работното коло при меѓусебно динамичко дејствување на лопатките и текот (струјата) на работниот флуид кој протекува во меѓулопатичните канали на работното коло. (Примери: радијални, центрифугални, аксијални, водни, маслени, хемиски, кондензатни, муљни, за двокомпонентни мепавини, ниско-, средно-, високо-притисни и сл.)

1.1.2. Волуменските пумпи се такви ХМ каде трансформацијата на механичката енергија во струјна, односно притисна енергија се остварува преку периодична промена на волуменот во работните комори на пумпата. (Примери: клипни, мембрански, радијално/аксијално клипни, крилни, запчести, завојни и сл.)

Хидраулични машини (пумпи)

1.1.3. Струјните пумпи принципиелно се разликуваат од останатите видови според работниот процес. Имено, во нив основната струја на флуидот добива енергија преку мешање со работниот флуид кој има поголема струјна енергија од основниот. (Примери: ејектори, инјектори, хидроелеватори и сл.)

1.1.4. Пневматски пумпи се применуваат за транспорт на течности со помош на компримиран воздух и се делат на

- пневматски лифтови и
- пневматски постројки

Хидраулични машини (хидомотори)

2. Хидрауличните моторите се енергетски машини во кои СТРУЈНАТА, односно ПРИТИСНАТА енергија се претвора во МЕХАНИЧКА, т.е. спротивно на тоа што се случува кај пумпите

Основна поделба на хидрауличните мотори е според начинот на нивната работа и тоа:

1. Хидраулични турбини
2. Водни кола
3. Волуменски мотори

Хидраулични машини (хидомотори)

2.1. Хидрауличните турбини се турбомашини во кои со помоч на работното коло се врши претворање на струјната во механичка енергија и најчесто се применуваат за погон на генераторите во хидоелектраните. Основната поделба е според видотна струјната енергија која е доминантна во процесот на размена на енергијата меѓу раб.течности и колото, т.е. акциски (едно/повеќемлазна Пелтон турбина) и реакциски (Францисова, Капланова) турбини

2.2. Водни кола се најстарите хидраулични мотори кои се применувале за наводнување и за погон на мелниците за житарици. Некои типови и денес сеуште се применуваат.

2.3 Волуменските мотори се ХМ каде претворањето на струјната енергија на работната течност во механичка се врши со периодична промена на нивниот работен волумен

Хидраулични машини (хидропреносници)

3. Во хидростатскиот преносник моќноста се пренесува од погонскиот агрегат до потрошувачите така што
   - прво, со помош на пумпа, механичката енергија се претвора во струјна на работниот флуид, а
   - потоа таа струјна енергија, со помош на хидрауличен мотор, се претвора повторно во механичка.

Хидрауличните преносници се делат на

3.1. Хидродинамички преносници (турбопреносници)

3.2. Хидростатски (притисни) преносници.

Напор на хидрауличните машини

Напорот на хидрауличните машини се дефинира како енергија која е потребна да се додаде во ХМ за таа да може да ја претвори механиччката во струјна (хидраулична пумпа), или енергијата која може да се добие од ХМ со претворање на струјната во механичка (хидрауличен мотор)

$$\pm h = e_2 - e_1 \quad [m \quad \text{или} \quad J/kg]$$

при што:

знакот „+“ се однесува за хидраулични пумпи

знакот „-“ се однесува за хидраулични мотори

e_1, e_2 – енергија во влезниот, односно излезниот пресек на ХМ

Напорот на ХМ може да се опредеми

- експериментално (со мерење на параметрите на струење)
- преку пресметка на загубите кои треба да се совладаат долж трасата на цевководот каде ХМ е приклучена (во овој курс само ова)

Напор на хидрауличните машини

Напорот на хидраулична машина (специјално за пумпа) инсталирана во цевковод со познати параметри (карактеристика на цевковод) се изведува како што беше покажано на предавања

Забелешка: До крајот на следната недела ќе бидат објавени и последните два слајда. Во меѓувреме, можете да се послужите со забелешките кои ги направивте во текот на предавањата

Дозволена всисна висина на ХМ

Дозволената всисна висина се пресметува од условот во влезниот пресек на пумпата да не дојде до појава на кавитација, т.е. $p_1 > p_{zp}$

Дозволената всисна висина на хидраулична пумпа инсталирана во цевковод со познати параметри (карактеристика на цевковод) се изведува како што беше покажано на предавања