Хидраулика и хидраулични машини

доц. д-р Ана Лазаревска

Канцеларија: А1-6

Содржина на предметот

- Хидростатика
- Хидродинамика
- Хидраулични машини и хидростатски преносници

Својства на флуидите
и
појави поврзани со нив

Физички својства на флуидите

- **Густина (компресибилност)** $\rho = m/V$
- **Специфична тежина** $\gamma = G/V = mg/V = \rho g$
- **Врска помеѓу густината, специфичната тежина и земјиното забрзување**
- **Компресибилност/ стисливост**
$$dp = -E_F \frac{dV}{V} = E_F \frac{d\rho}{\rho}$$
- **Вискозитет: динамички и кинематски**
$$\tau = \pm\eta \frac{dc}{dn}$$
- **Примери:**

Сили кои делуваат на флуидот

Врз определено количество на флуид делуваат:

- **Волуменски сили:**
  - делуваат врз секоја честичка од волуменот на флуидот
  - нивниот интензитет зависи од волуменот/масата на флуидот
  - надворешни сили
  - пример: Земјина тежа, Гравитациона сила, сила на инерција, магнетни и електрични сили

$$\vec{F}_R = \int_M \vec{F}_r \, dV$$

$$\vec{R} = \int_V \rho dV \vec{R} = \int_V \rho dV \vec{R}$$

Сили кои делуваат на флуидот

Врз определено количество на флуид делуваат:

- **Површински сили:**
  - нивниот интензитет зависи од површината по која делува силата
  - идеален флуид: делуваат само нормалните сили $\mathrm{d}F$, нема меѓумолекуларни сили кои се спротивставуваат на деформацијата на флуидната честичка, нема вискозитет, нема сила од триење $\mathrm{d}F_t$ која делува паралелно со површината
  - реален флуид:
    ако мирува: нема триење, нема сила од триење, па има само нормална сила $\mathrm{d}F$
    ако се движи: триењето се пројавува => делуваат нормалните $\mathrm{d}F$ (*предизвикуваат нормални напрегања*) и тангеницијалните сили $\mathrm{d}F_t$ *(предизвикуваат тангенцијални напрегања)*
  - пример: сила од нормално и тангенцијално напрегање (внатрешно триење – вискозни сили)

$$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

$$\vec{F} = \int_A \vec{p}\, dA$$

Вискозитет или внатрешно триење

$$\tau = \pm\eta \frac{dc}{dn}$$

- Дефиниција на вискозитет
- $\eta = \eta\,(p,T)$
- Отпор на деформација поради дејството на меѓумолекуларните сили
  се појавува како течливост на флуидот
  и тоа САМО кога флуидот се движи
- Примери:
- Динамички η и кинематски вискозитет $\nu = \eta/\rho$
- Единици мерки [Ns/m^2]   [m^2/s]
- Поим за идеален и реален флуид

Стисливост и топлинско ширење

- $V = V\,(p,T)$
- **Промена на волуменот под дејство на промена на притисокот – стисливост:**

$$\beta_V = -\frac{\Delta V}{V_0}\frac{1}{\Delta p}$$

- **Промена на волуменот под дејство на промена на температурата – топлинско ширење**

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V_0}\frac{1}{\Delta T}$$

- **Задач(к)и:**

Кавитација и апсорпција

- Кавитација е појава на создавање на каверни – шуплини во струјниот ток, под дејство на нагла промена (опаѓање) на притисокот под притисокот на заситена пареа, т.е. под притисокот при кој флуидот почнува да испарува.
  Кога флуидот повторно ќе се врати во регија на зголемен притисок, испарениот флуид повторно се втечнува – при што настануваат несакани појави од типот удари, потреси
  Примери:

- Апсорпција е способност на течностите да ги раствораат гасовите во сопствениот волумен

Хидростатика

Хидростатски притисок и негови особини

- Поим за хидростатски притисок – единица мерка [Pa=N/m^2]

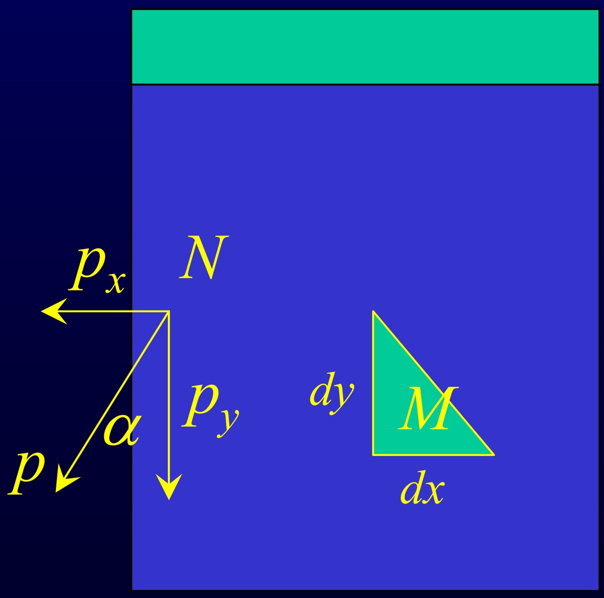
$$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

- Силата од хидростатскиот притисок СЕКОГАШ делува нормално на површината која го прима тој притисок

- Хидростатскиот притисок во дадена точка во сите правци делува со еднаков интензитет

Хидростатски притисок и негови особини

- **Силата од хидростатскиот притисок СЕКОГАШ делува нормално на површината која го прима тој притисок**



$$p_y = p_V = p\cos\alpha = 0$$

$$\cos\alpha = 0$$

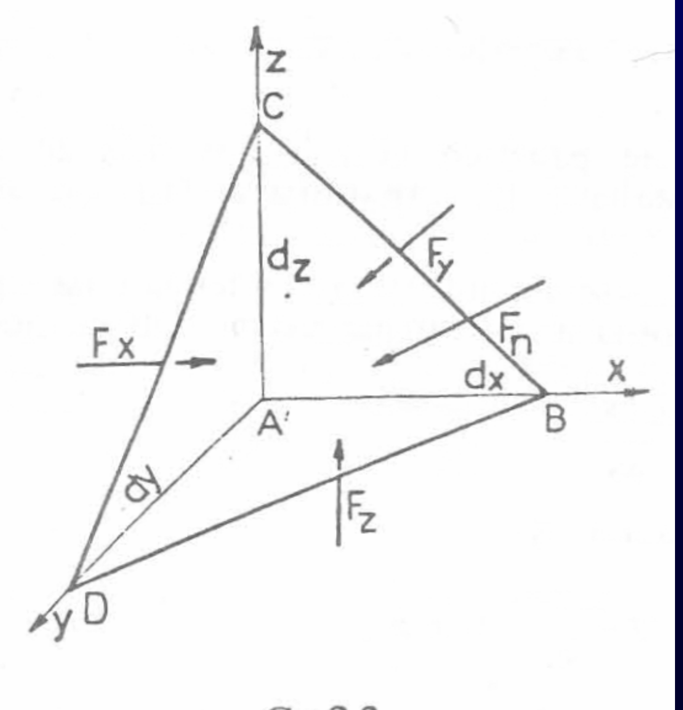
$$\alpha = 90°$$

Хидростатски притисок и негови особини

- **Хидростатскиот притисок во дадена точка во сите правци делува со еднаков интензитет**

$F_x, F_y, F_z, F_n, R = (X, Y, Z)$

R – земј.тежа, инерција на преносно движење



Сл.2.3.

според 2 Њутнов закон

силата има димензија на

производ од маса и забрзување

$\dim(\vec{F}) = \dim(m\vec{a})$

един.масина сила има димензија

на забрзување, на пр. по x оска

$\dim(X) = (a_x)$

поради $\rho = \dfrac{m}{V} \rightarrow m = \rho V$ следи

вкуп.масина сила по x оска $= \rho V X$

$$\Sigma\vec{F} = 0$$

$$x : F_x - F_n \cos(\angle n, x) + X\rho V = 0$$

$$y : F_y - F_n \cos(\angle n, y) + Y\rho V = 0$$

$$z : F_z - F_n \cos(\angle n, z) + Z\rho V = 0$$

Хидростатски притисок и негови особини

$$\frac{F_x}{A_x} = \frac{F_n}{A_x}\cos(\angle n, x) - X\rho\frac{V}{A_x} = 0$$

$$V = \frac{1}{6}dxdydz, A_x = \frac{1}{2}dydz = A_n\cos(\angle n, x)$$

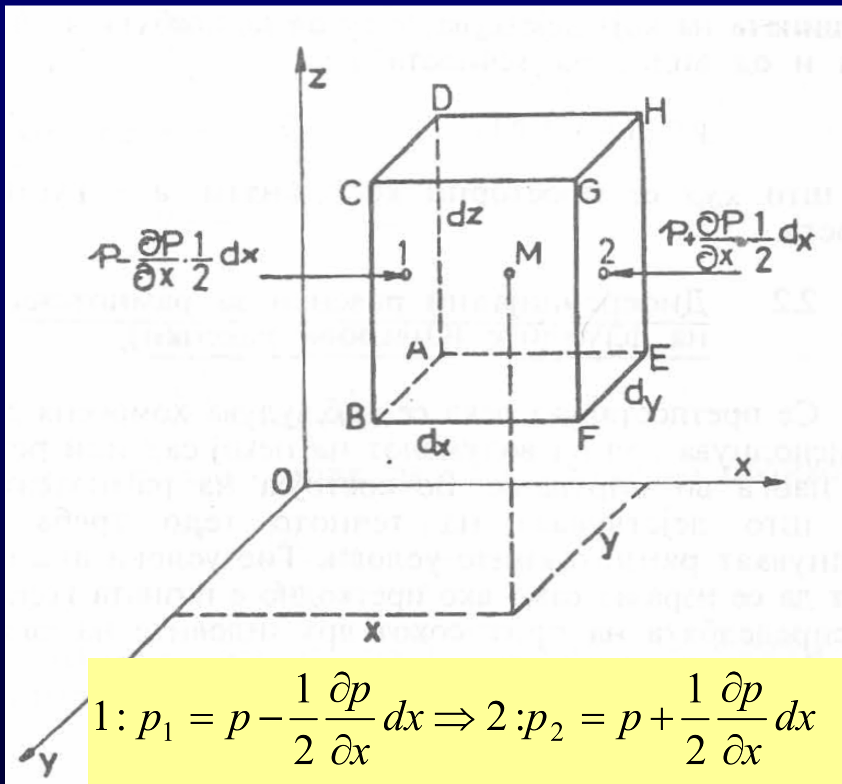
$$\frac{F_x}{A_x} = \frac{F_n\cos(\angle n, x)}{A_n\cos(\angle n, x)} - X\rho\frac{\frac{1}{6}dxdydz}{\frac{1}{2}dydz} = 0$$

$$\frac{F_x}{A_x} = \frac{F_n\cos(\angle n, x)}{A_n\cos(\angle n, x)} - X\rho\frac{dx}{3} = 0$$

$$dx \to 0 \Rightarrow \frac{F_x}{A_x} = \frac{F_n}{A_n} \Rightarrow p_x = p_n$$

Аналогно за останатите оски y, z

Ојлерови равенки – диф.р-ки на рамнотежа на флуидите при мирување



$$1: p_1 = p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx \Rightarrow 2: p_2 = p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx$$

$$ABCD: dF_1 = p_1 dydz = \left(p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz$$

$$EFGH: dF_2 = p_2 dydz = \left(p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz$$

$$mas.sila: Xdm = X\rho dV = X\rho dxdydz$$

единечен волумен со страни

$$dx, dy, dz$$

следи : $V = dxdydz$

$$\left(p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz - \left(p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz + X\rho dxdydz = 0$$

$$\begin{cases} \rho Xdx = \dfrac{\partial p}{\partial x}dx \\ \rho Ydy = \dfrac{\partial p}{\partial y}dy \\ \rho Zdz = \dfrac{\partial p}{\partial z}dz \end{cases} \Rightarrow\Rightarrow \begin{cases} X = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} \\ Y = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} \\ Z = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} \end{cases} \Rightarrow\Rightarrow \begin{cases} X - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ Y - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ Z - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

Ојлерови равенки – диф.р-ки на рамнотежа на флуидите при мирување

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

Основна диференцијална р-ка на хидростатиката:

- **ја искажува зависноста на промената на притисокот во било која точка од флуидот во функцијаод густината на флуидот во таа точка и од збирот на единечнитемасени сили по сите оски**
- **овозможува определување на притисокот во секоја точка од флуидот кој е во мирување**
- **овозможува определување на рамнините изложени на еднаков притисок, т.е. еквипотенцијалните површини**

Површини на еднакви притисоци – еквипотенцијални површини

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

Површините/рамнините изложени на еднаков притисок, т.е. еквипотенцијалните површини се такви површини кај кои, во сите точки кои ним им припаѓаат, притисокот има еднаква вредност

$$p(x, y, z) = \Pi(x, y, z) = const \Rightarrow\Rightarrow dp = 0$$

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz = \rho(Xdx + Ydy + Zdz) = 0$$

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

Рамнотежа на флуидот кој се наоѓа под дејство на силата на Земјината тежа и притисокот

- **Кога флуидот е оптоварен само со Земјината тежа и притисокот тогаш**

$$X = Y = 0, Z = -g, \rho = const$$

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

$$dp = \rho(0 \cdot dx + 0 \cdot dy + (-g)dz)$$

$$dp = -\rho g dz \Rightarrow\Rightarrow dp + \rho g dz = 0$$

$$\int_p dp + \int_z \rho g dz = const \Rightarrow p + \rho g z = const \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z + \frac{p}{\rho g} = const$$

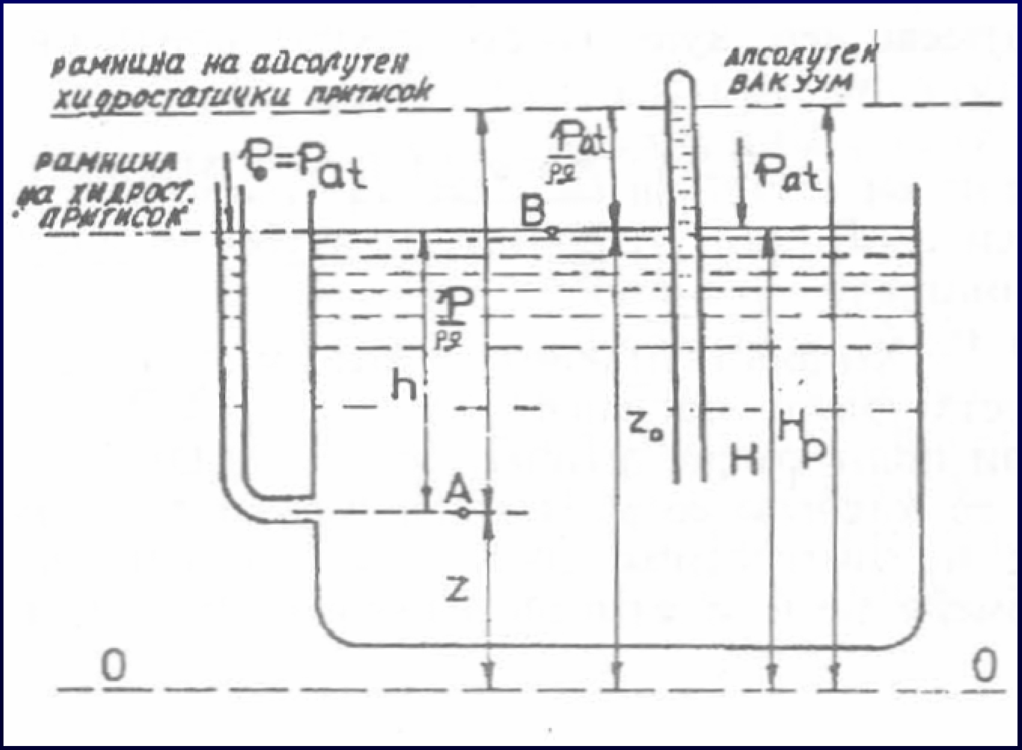
Р-ка на еквипотенцијалните површини (ЕПП)

$$dp = -\rho g dz \Rightarrow dp = 0 \Rightarrow \rho g dz = 0$$

$$p = const \Rightarrow z = const$$

Рамнотежа на флуидот кој се наоѓа под дејство на силата на Земјината тежа и притисокот

- **Хидростатски притисок во точка**



$$B: p_1 = p_0, z_1 = z_0$$
$$A: p_2 = p, z_2 = z \quad , \rho = const \Rightarrow$$

$$dp = -\rho g dz \Rightarrow\Rightarrow \begin{cases} \int_{p_1}^{p_2} dp = \int_{z_1}^{z_2} (-\rho g dz) \\ \int_{p_0}^{p} dp = \int_{z_0}^{z} (-\rho g dz) \end{cases}$$

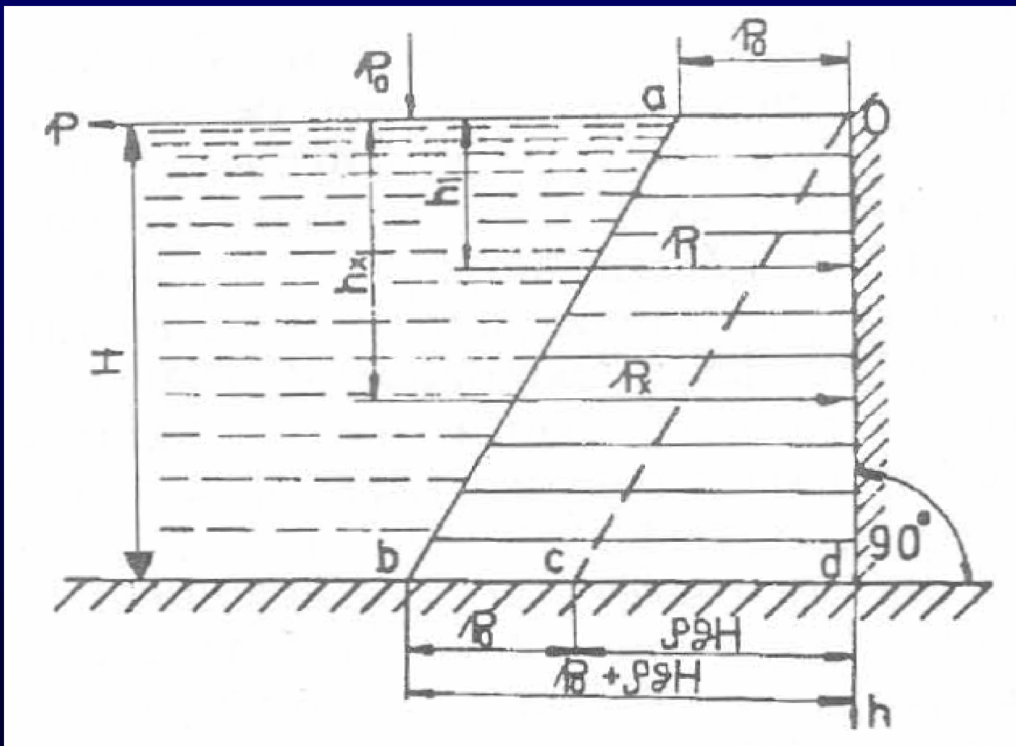
$$p - p_0 = -\rho g \left(z - z_{0)}\right) \Rightarrow$$

$$z + \frac{p}{\rho g} = z_0 + \frac{p_0}{\rho g} = const$$

$$p - p_0 = \rho g \left(z_0 - z\right) = \rho g h$$

Рамнотежа на флуидот кој се наоѓа под дејство на силата на Земјината тежа и притисокот

- **Дијаграм на хидростатски притисок**



$$h = h_1 : p_1 = p_0 + \rho g\left(z_0 - z_1\right) = p_0 + \rho g h_1$$

$$h = h_2 : p_2 = p_0 + \rho g\left(z_0 - z_2\right) = p_0 + \rho g h_2$$

....

$$h = h_n : p_n = p_0 + \rho g\left(z_0 - z_n\right) = p_0 + \rho g h_n$$

$$h_n = H$$

Рамнотежа на флуидот кој се наоѓа под дејство на силата на Земјината тежа и притисокот

Последици:

- Дефиниција на апсолутен, релативен притисок
- Пиезометар, пиезометриска висина
- Вакуумметар, вакуумметарска висина
- Сврзани садови
- Паскалов закон

Рамнотежа на флуидот кој се наоѓа под дејство на силата на Земјината тежа и притисокот

Дефиниција на апсолутен/ релативен притисок

- **Апсолутен притисок е оној кој го мериме од нивото на притисок од** $p = 0\mathrm{Pa}$ **– апсолутен вакуум**

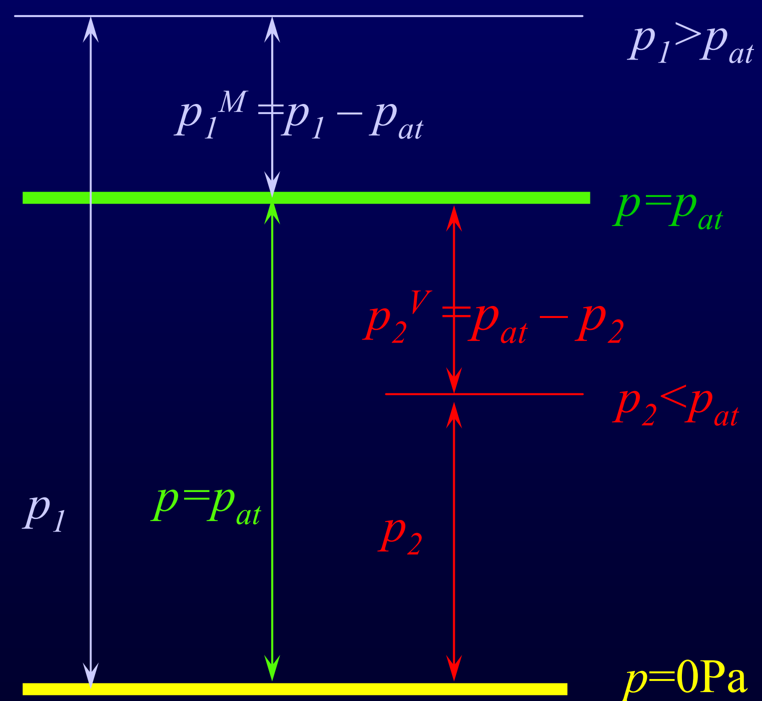
- **Релативен притисок е оној кој го мериме во однос на некој друг притисок кој не е 0Pa, на пример** $p = p_{at}$

- **Манометарски**
  вакуумметарски
  ВАЖНО
  притисок

$$p_1^M = p_1 - p_{at}$$

$$p_2^V = p_{at} - p_2$$

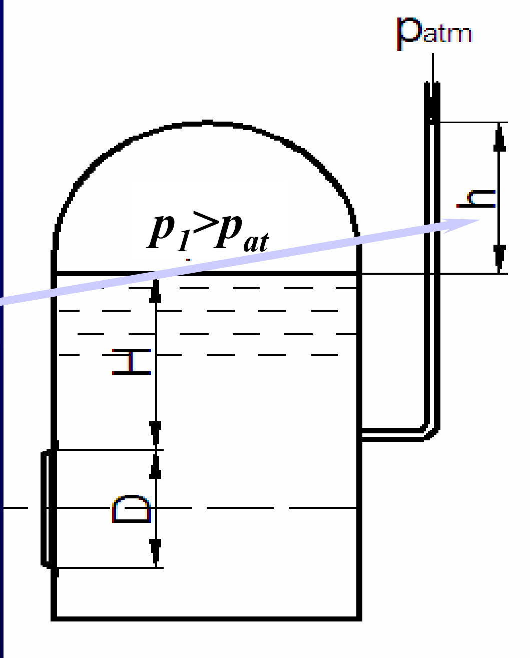
$$-p_2^V = p_2 - p_{at}$$

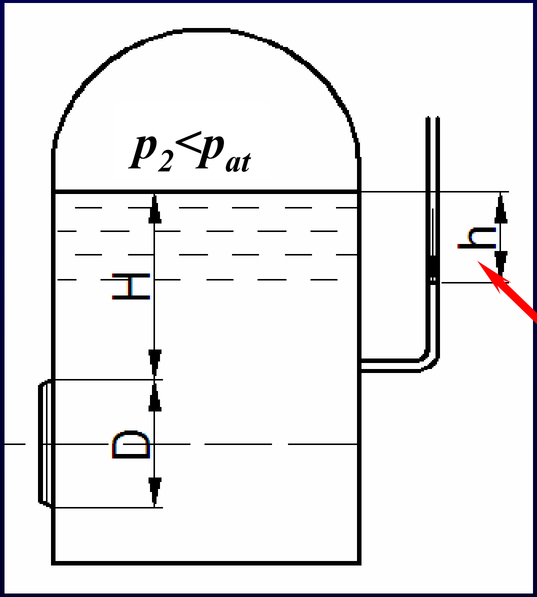


Рамнотежа на флуидот кој се наоѓа под дејство на силата на Земјината тежа и притисокот

Пиезометар,
пиезометарска висина

$$h_M = \frac{p_1 - p_{at}}{\rho g}, p_1 > p_{at}$$





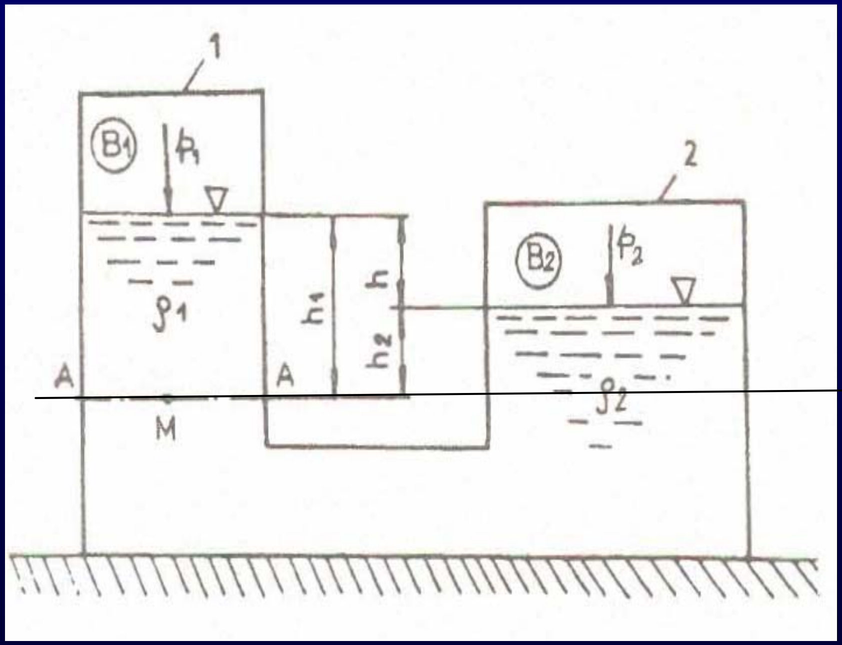
Вакуумметар,
вакуумметарска висина

$$-h_V = \frac{p_2 - p_{at}}{\rho g}, p_2 < p_{at}$$

$$h_V = \frac{p_{at} - p_2}{\rho g}$$

Рамнотежа на флуидот кој се наоѓа под дејство на силата на Земјината тежа и притисокот

Сврзани садови



$$p_A = p_B$$

$$p_1 + \rho_1 g h_1 = p_2 + \rho_2 g h_2$$

Рамнотежа на флуидот кој се наоѓа под дејство на силата на Земјината тежа и притисокот

Паскалов закон

Промената на притисокот во една точка од некој флуид кој мирува се пренесува со ист интензитет во секоја друга точка од тој флуид

Доказ:

Нека се разгледува флуид во мирување и во него се препознаат точки 1 и 2 со притисок p_1, p_2, и висини z_1, z_2, соодветно.

За нив важи основната р-ка на хидростатика (ХС):

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} = const \qquad (1)$$

Ако во т-ката 1 се предизвика промена на притисокот Δp_1, не' интересира како (со колкав интензитет Δp_2) таа промена ќе се пренесе во другата т-ка 2.

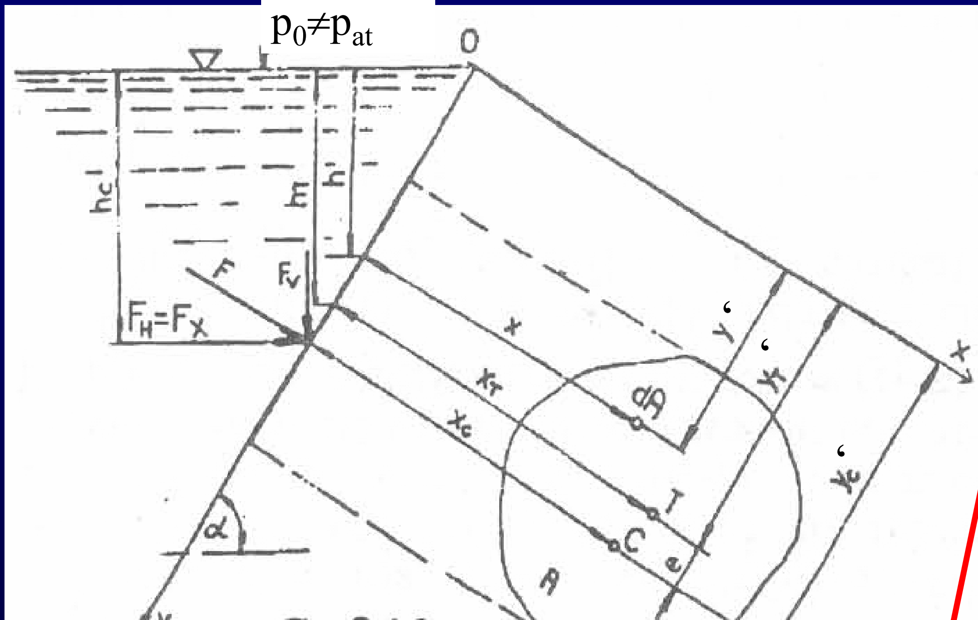
Според основната р-ка на хидростатика (ХС) мора повторно да важи:

$$z_1 + \frac{p_1 + \Delta p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2 + \Delta p_2}{\rho g} = const$$

Па, од (1) следи

$$\Delta p_1 = \Delta p_2$$

Хидростатска (Х.С.) сила на притисок врз рамни површини



Сл.2.16

$$\int_A y'dA = S_x^{\ A} = y_T' A - \text{стат.мом.на A во однос на } Ox\text{ - оска}$$

$$F_{fluid} = p_0 A + \rho g \cdot \sin\alpha \cdot y_T' A$$

$$h_T' = y_T' \sin a, h_T = y_T \sin a$$

$$F_{fluid} = p_0 A + \rho g h_T' A = \underbrace{(p_0 + \rho g h_T')}_{p_T = \rho g h_T} A = \rho g h_T A = p_T A$$

Околу, секаде владее p_{at} и создава сила од p_{at}

$$F_{at} = p_{at} A$$

$$F_{vk} = F_{fluid} - F_{at} = p_0 A - p_{at} A + \rho g h_T' A =$$

$$F_{vk} = \underbrace{(p_{REL} + \rho g h_T')}_{p_T^{\ M} = \rho g h_T^{\ M}} A = \rho g h_T^{\ M} A = p_T^{\ M} A$$

$$F_{vk} = \rho g h_T A = p_T A$$

Елементарна сила по елементарна п-на: $dF = pdA$

Притисок во елем. п-на (т-ка): $dF = (p_0 + \rho g h')dA$

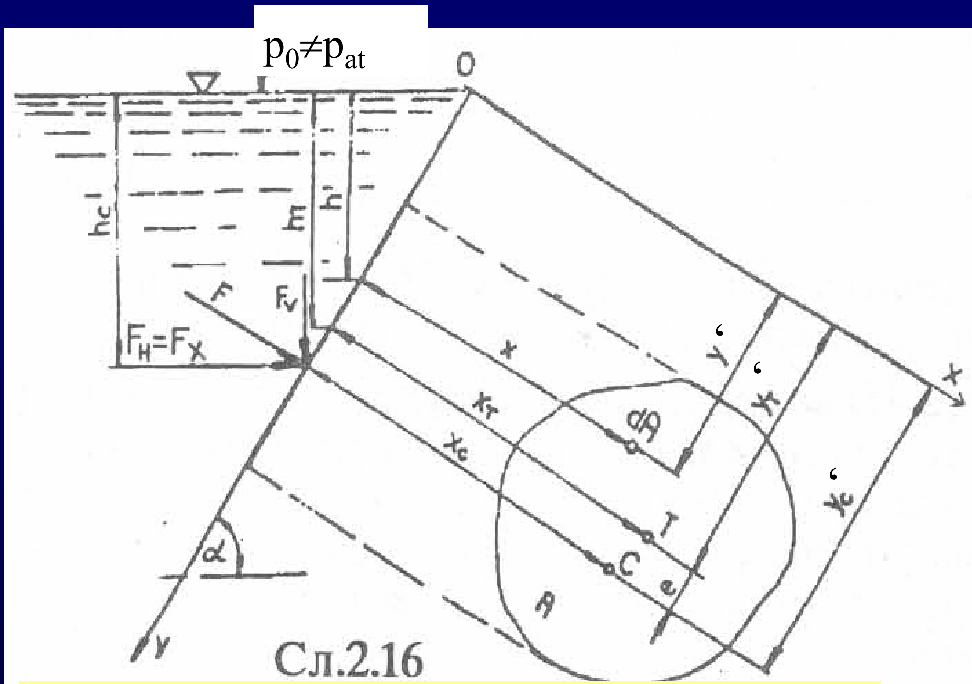
$h' = y' \cdot \sin\alpha$ **=>** $dF = (p_0 + \rho \cdot g y' \cdot \sin\alpha) dA$

$$F_{fluid} = \int_F dF = \int_A (p_0 + \rho \cdot g y' \cdot \sin\alpha) dA$$

$$F_{fluid} = p_0 \int_A dA + \rho \cdot g \cdot \sin\alpha \cdot \int_A y' dA$$

Силата од Х.С.притисок по рамна п-на е производ од релативниот (манометарскиот) притисок во тежиштето на п-ната и нејзиниот интензитет/големина мерено од нивото на слободната (реална/виртуелна) п-на

Хидростатска (Х.С.) сила на притисок врз рамни површини



Сл.2.16

$$F_{vk.hor}=F_{vk.x}=\underbrace{(p_0{}^{rel}+\rho g h_T{}')}_{p_T{}^M}A\sin\alpha=$$

$$F_{vk.hor}=p_T{}^M A\cdot\sin\alpha=p_T{}^M A_x$$

$$F_{vk.ver}=F_{vk.y}=\underbrace{(p_0{}^{rel}+\rho g h_T{}')}_{p_T{}^M}A\cos\alpha=$$

$$F_{vk.ver}=p_T{}^M A\cdot\cos\alpha=p_T{}^M A_y=\rho g V_{fl}=G_{fl}$$

Каде делува силата од Х.С. притисок врз р-ни п-ни? Нека се означи нападната т-ка со $C(x_c,y_c)$.

Согласно правилото за редукција на сила преку сума на моменти:

$$F\cdot x_C=\int_F x\,dF,\qquad F\cdot y_C=\int_F y\,dF,\quad \text{каде}$$

$$F=\rho g h_T A,\ \text{а}\ \ h_T=p_{REL}+\rho g h_T{}'$$

$$F=\rho g y_T\sin a\cdot A\ ,\text{а}\qquad dF=\rho g y\sin a\cdot dA$$

$$\rho g y_T\sin a\cdot A\cdot x_C=\int_A x\cdot\rho g y\sin a\cdot dA\Rightarrow\Rightarrow\ y_T A\cdot x_C=\int_A xy\cdot dA$$

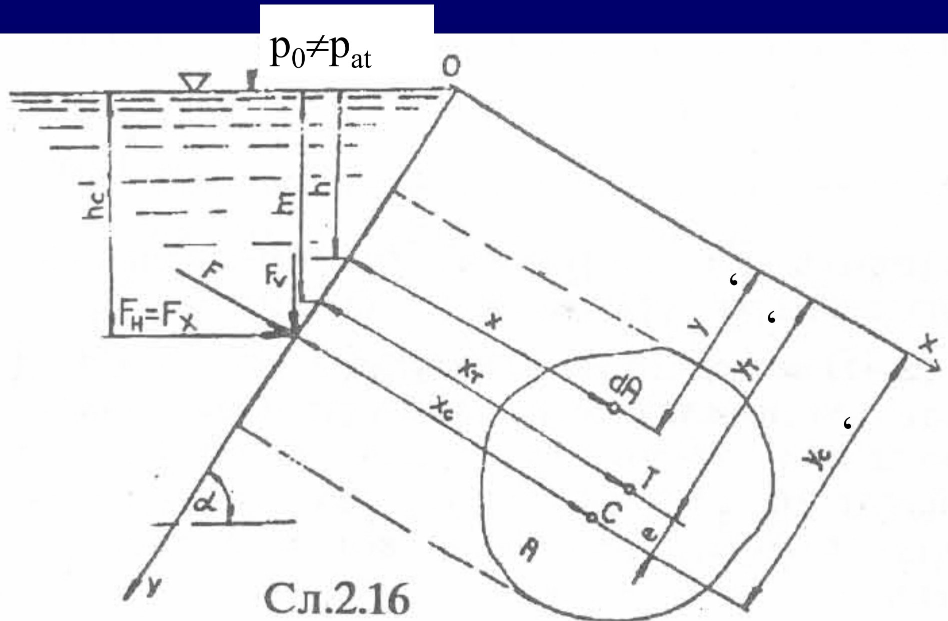
$$\rho g y_T\sin a\cdot A\cdot y_C=\int_F y\cdot\rho g y\sin a\cdot dA\Rightarrow\Rightarrow\ y_T A\cdot y_C=\int_A y^2\cdot dA$$

$$J_{xy}=\int_A xy\cdot dA\ ,\quad J_x=\int_A y^2\cdot dA$$

$$\boxed{x_C=\frac{J_{xy}}{y_T A},\qquad y_C=\frac{J_x}{y_T A}}$$

Силата од Х.С.притисок врз р-на п-на делува под нивото на тежиштето

Хидростатска (Х.С.) сила на притисок врз рамни површини



Сл.2.16

Каде делува силата од Х.С. притисок врз р-ни п-ни? Нека се означи нападната т-ка со $C(x_c,y_c)$.

Согласно Штајнеровата теорема:

$$J_x = J_{Tx} + y_T^{\,2} A$$

$$y_C = \frac{J_{Tx} + y_T^{\,2} A}{y_T A} = \frac{J_{Tx}}{y_T A} + y_T$$

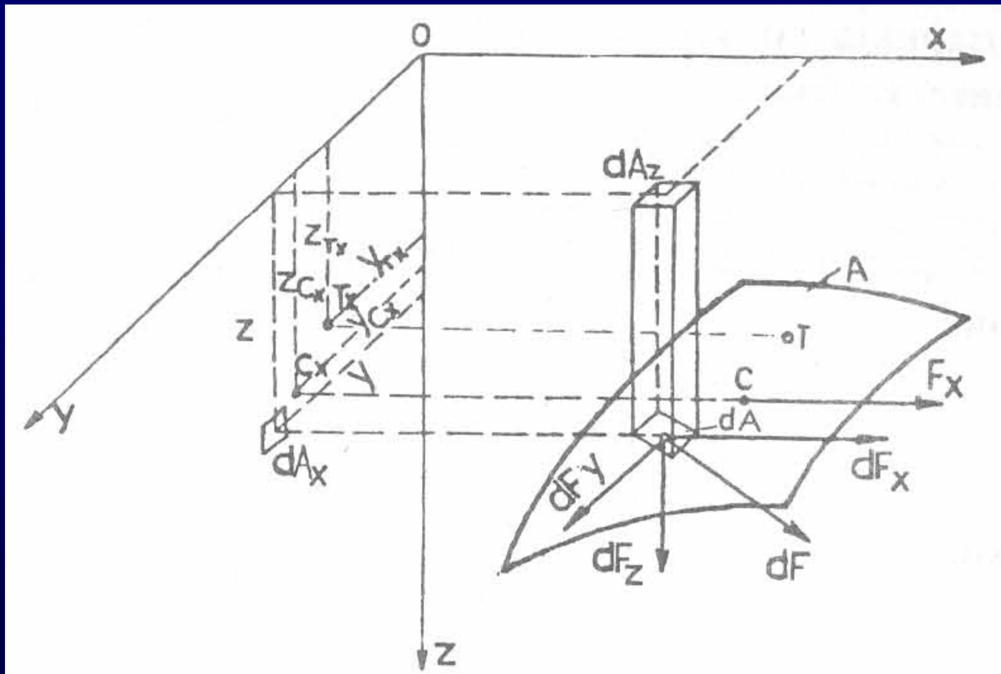
$$e = y_C - y_T = \frac{J_{Tx}}{y_T A} = \frac{J_{0x}}{y_T A}$$

$$h_T = y_T \sin a = \frac{p_T}{\rho g} => y_T = \frac{p_T}{\rho g \sin a}$$

$$e = y_C - y_T = \frac{J_{Tx}}{A y_T} = \frac{J_{Tx}}{A}\frac{\rho g \sin \alpha}{p_T}$$

Силата од Х.С.притисок врз р-на п-на делува на растојание *e* под нивото на тежиштето

Хидростатска сила (Х.С.) на притисок врз криви површини



$$F = \sqrt{F_x^{\ 2} + F_y^{\ 2} + F_z^{\ 2}}$$

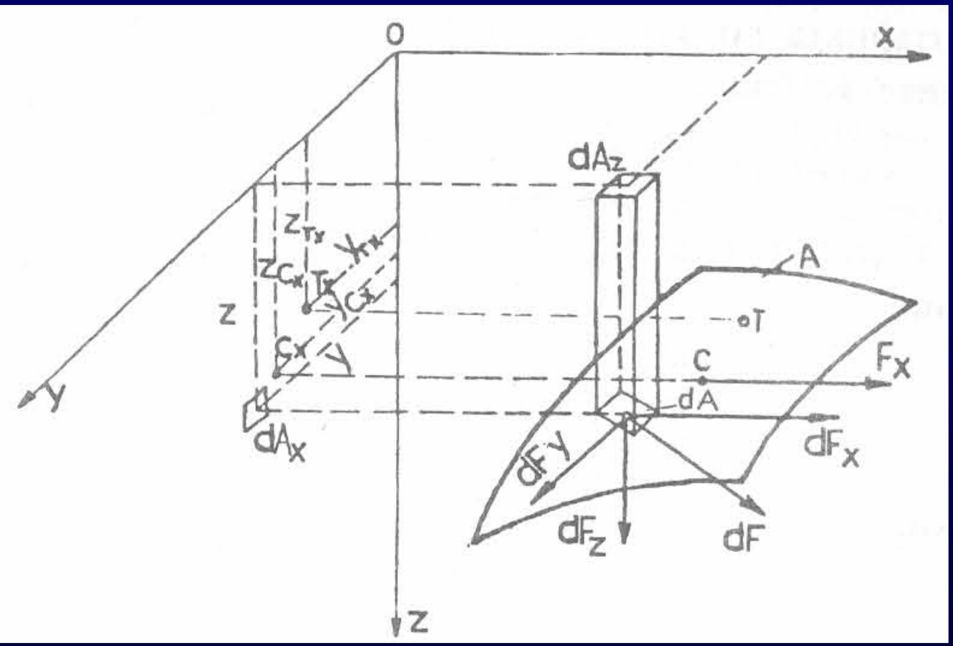
$$dF = \sqrt{dF_x^{\ 2} + dF_y^{\ 2} + dF_z^{\ 2}}$$

$$dF = p \cdot dA = \rho g z \cdot dA$$

$$\begin{cases} dF_x = \rho g z \cdot dA_x \\ dF_y = \rho g z \cdot dA_y \\ dF_z = \rho g z \cdot dA_z \end{cases} = \begin{cases} dF_x = \rho g z \cdot dA \cdot \cos(\angle n, x) \\ dF_y = \rho g z \cdot dA \cdot \cos(\angle n, y) \\ dF_z = \rho g z \cdot dA \cdot \cos(\angle n, z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x = \int\limits_{F_x} dF_x = \rho g \int\limits_{A_x} z \cdot dA_x \\ F_y = \int\limits_{F_y} dF_y = \rho g \int\limits_{A_y} z \cdot dA_y \\ F_z = \int\limits_{F_z} dF_z = \rho g \int\limits_{A_z} z \cdot dA_z \end{cases}$$

Хидростатска сила (Х.С.) на притисок врз криви површини



$z\, dAx$ – статички момент на проекцијата на кривата елемент. п-на A врз р-на нормална на x оската во однос на $x0y$ р-ната (т.е. гледано р-нински, во одн. на y – оската).

$$\int_{A_x} z \cdot dA_x = z_{T_{A_x}} A_x$$

$$F_x = \rho g z_{T_{A_x}} A_x = p_{T_{A_x}} A_x$$

$$F_y = \rho g z_{T_{A_y}} A_y = p_{T_{A_y}} A_y$$

$$F_z = \rho g z_{T_{A_z}} A_z = p_{T_{A_z}} A_z = \rho g V_{nad.p-nata}$$

Каде делува силата од Х.С. притисок врз к-ви п-ни?

Нека се означи нападната т-ка со $C(x_c, y_c, z_c)$ во р-ната на A_x.

$$z_{C_{A_x}} = \frac{\int_{A_x} z^2 \cdot dA_x}{z_{T_{A_x}} A_x} = \frac{J_y}{z_{T_{A_x}} A_x}$$

$$y_{C_{A_x}} = \frac{\int_{A_x} yz \cdot dA_x}{z_{T_{A_x}} A_x} = \frac{J_{yz}}{z_{T_{A_x}} A_x}$$

Аналогно за компонентата F_y.

$$z_{C_{A_y}} = \frac{\int_{A_y} z^2 \cdot dA_y}{z_{T_{A_y}} A_y} = \frac{J_y}{z_{T_{A_y}} A_y}$$

$$y_{C_{A_y}} = \frac{\int_{A_y} yz \cdot dA_y}{z_{T_{A_y}} A_y} = \frac{J_{yz}}{z_{T_{A_y}} A_y}$$

Пливање – Архимедов закон

Анализа на силите врз единечен волумен од потопено тело

x – насока

$$dF_{1x} = dF_{2x} = \rho g \cdot z \cdot dA_x$$

z – насока

$$dF_{1z} = \rho g \cdot z_1 \cdot dA_z$$

$$dF_{2z} = \rho g \cdot z_2 \cdot dA_z$$

Бидејќи $z_2 > z_1$ =>

$$dF_{2z} > dF_{1z}$$

$$dF = dF_z = dF_2 - dF_1$$

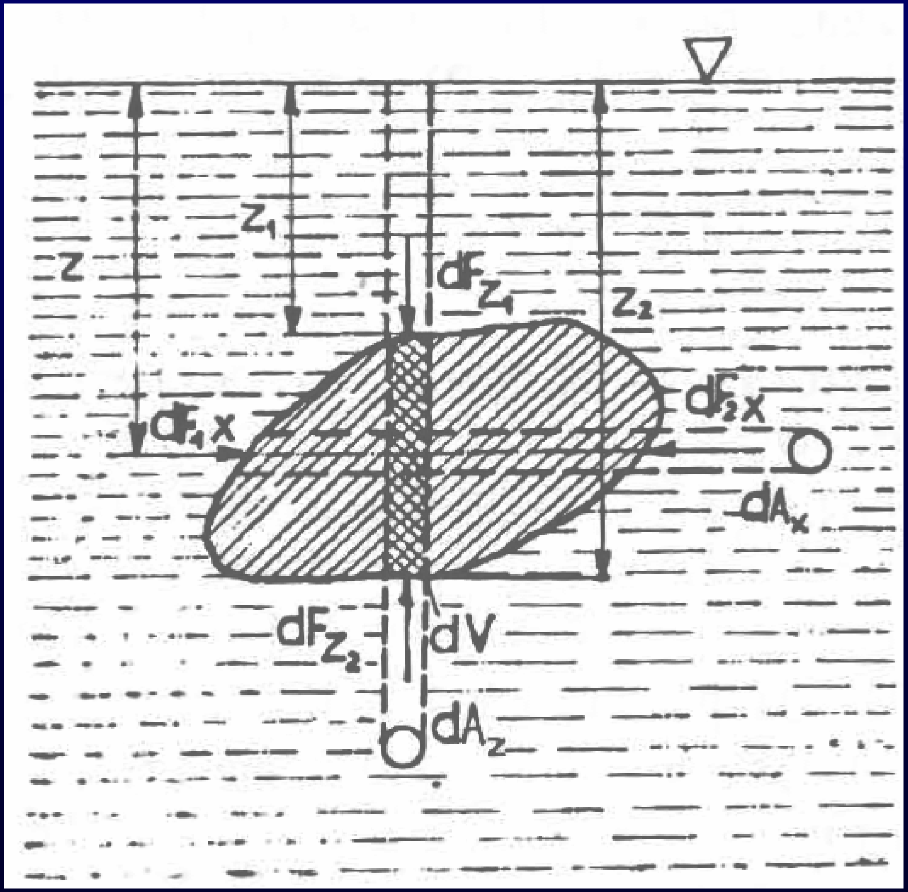
$$dF = \rho g \cdot (z_2 - z_1) \cdot dA_z$$

$$dF = \rho g \cdot dV$$

$$F_p = \int_F dF = \rho g \cdot \int_V dV$$

$$F_p = \rho_{fl} g V_{ist} = \rho_{fl} g V_{fl}$$

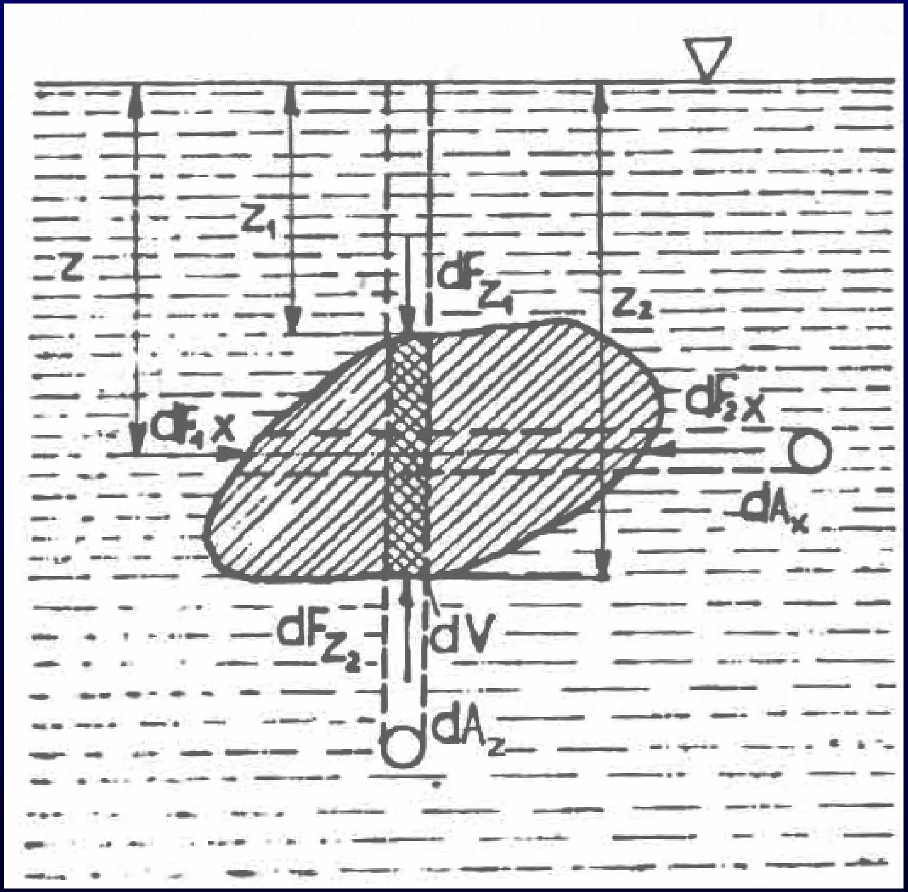
насока на делување на рез.сила е нагоре



Пливање – Архимедов закон

Секое тело кое е потопено во течност,
„губи“ од својата тежина
онолку колку што тежи
од него истиснатата течност

$$F_p = \rho g V_{fl}$$



Пливање – состојби и длабочина на пливање

На потопено тело делуваат:

1. Силата на потисок $F_{pot} = F_{fl} = \rho_{fl} g \cdot V_{fl}$
2. Тежината на телото $G = \rho_{telo} g \cdot V_{telo}$

Зависно од соодносот на двете сили телото ќе :

1. исплива на п-ната ако $G < F_{pot}$
2. потоне ако $G > F_{pot}$
3. лебди/плива ако $G = F_{pot}$: *надводно и подводно*

За надводно пливање, од $G = F_{pot}$ се определува длабочината на пливањето, т.е. р-јанието од најоддалечената т-ка на потопениот дел од телото до слободната п-на

$$\rho_{telo} g \cdot V_{telo} = \rho_{fl} g \cdot V_{fl}$$

$$\frac{V_{telo}}{V_{fl}} = \frac{\rho_{fl}}{\rho_{telo}}$$

Пливање – карактеристични големини при пливањето

Рамнина на пливање – пресек на телото со слободната п-на

Оска на пливањето – вертикална оска која поминува низ тежиштето на телото T и тежиштето на истиснатиот волумен D

- Ако телото е во рамнотежа, оската на пливањето е вертикална
- Ако телото е симетрично оската на пливањето е во р-ната на симетријата на телото

Надолжни/хоризонтални оски на пливање – хоризонтални оски кои ја определуваат р-ната на пливање

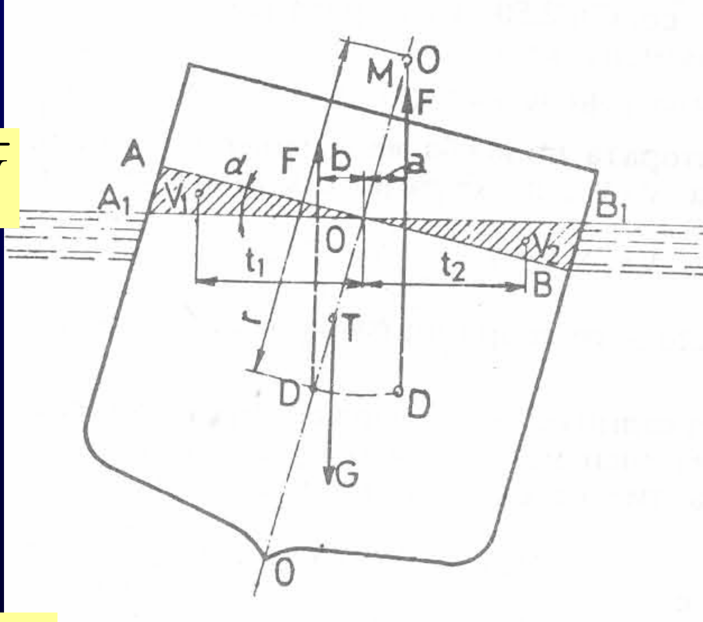
Пливање – Метацентар/метацентричен радиус

Метацентар е т-ка каде што силата на потисокот во новата положба ја сече заротираната оска на пливањето

$$M = \text{заротирана оска на пливање} \cap \text{нова положба на потисна сила}$$

Метацентричен радиус е растојанието помеѓу старата положба на нападната т-ка на потисокот D и метацентарот M

$$r_M = \overline{DM}$$



Се набљудуваат моментите кои ги создаваат потисните сили во почетната и во изведената (заротираната) положба, т.е. клинестите волумени кои одговараат на тие потисни сили *V_1=A_1OA* и *V_2= B_1OB,*
V_0= заедничкиот дел

$$V = V_0 + V_1 = V_0 + V_2 => V_1 = V_2$$

Пливање – Метацентар/метацентричен радиус

Статичкиот момент на волуменот $V_0 = V - V_1$ (во заротирана положба) во однос на надолжната оска на п-ната на пливањето $V(-b) - V_1(-t_1)$

Статичкиот момент на волуменот $V_0 = V - V_2$ (во првобитна положба) во однос на надолжната оска на п-ната на пливањето $Va - V_2 t_2$

$$V(-b) - V_1(-t_1) = Va - V_2 t_2, \qquad V_1 = V_2$$

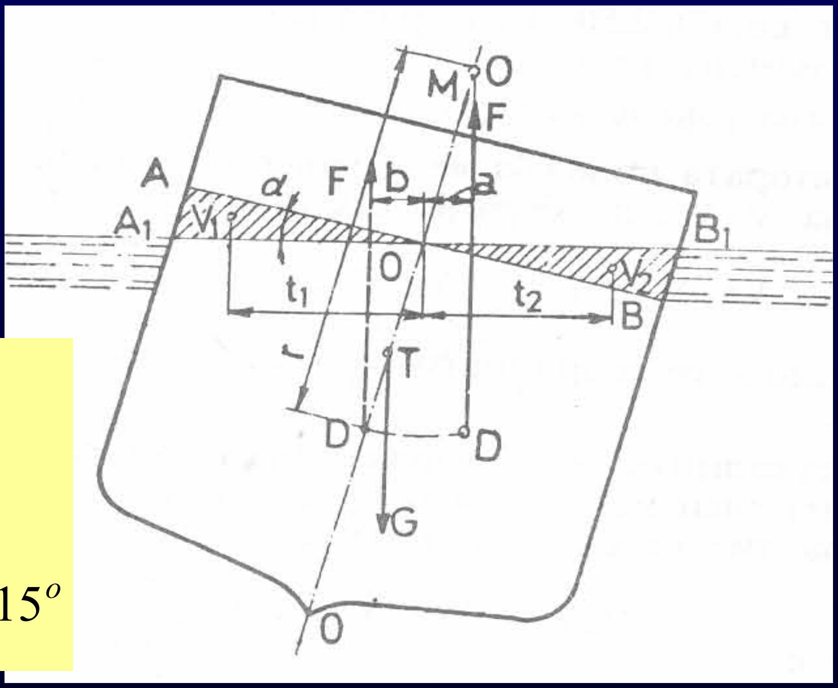
$$V(a+b) = V_1(t_1 + t_2)$$

$$a + b = r\sin\alpha, \qquad Vr\sin\alpha = V_1(t_1 + t_2)$$

$$V_1 t_1 = \int_{A_1} x\alpha x dA_1, \qquad V_2 t_2 = \int_{A_2} x\alpha x dA_2$$

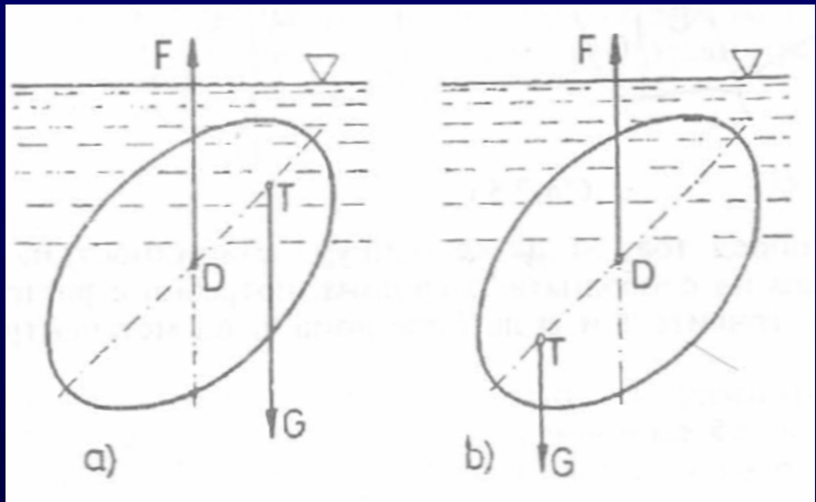
$$V_1(t_1 + t_2) = \alpha\left(\int_{A_1} x^2 dA_1 + \int_{A_2} x^2 dA_2\right) = \alpha\int_A x^2 dA = \alpha J_0$$

$$Vr\sin\alpha = \alpha J_0 \quad \Rightarrow \quad r = r_M = \frac{J_0}{V}\frac{\alpha}{\sin\alpha} = r_M = \frac{J_0}{V}, \alpha < 15^o$$

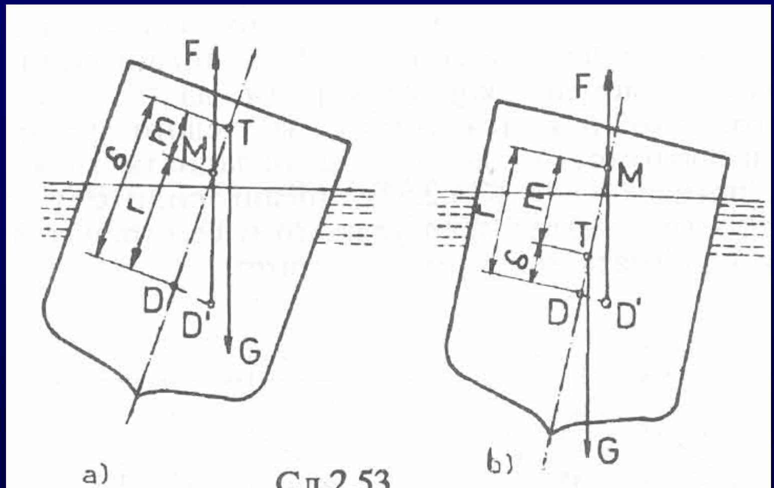


Пливање – Услови за статичка стабилност на телото кое плива

Подводно



На слоб. п-на



Сл.2.53

$$\delta = TD, r = \frac{J_0}{V}$$

$$\delta < r$$

Релативно мирување на флуид во садови кои се движат