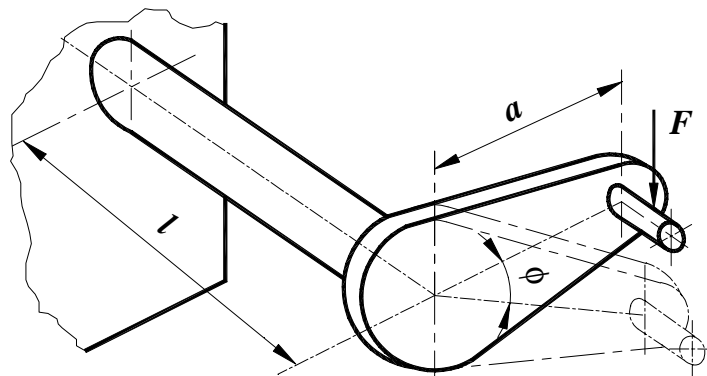


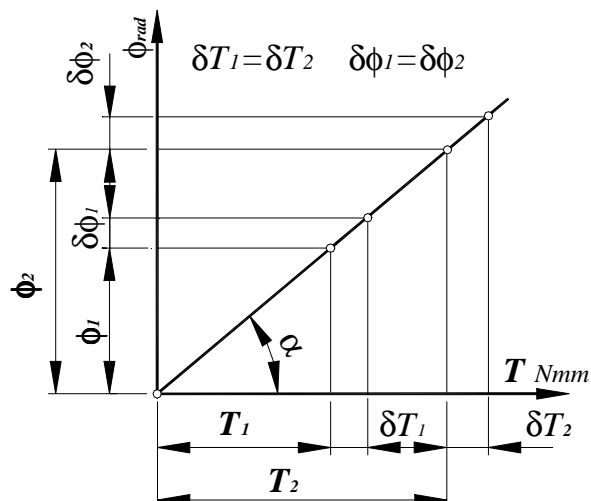
## 8.5 Torzioni prù`ini

I ovie prù`ini go dobile imeto spored domi nantnoto optovaruvawe na usukuvawe (torzi ja) vo presekot. Najednostavna torzi ona prù`ina pretstavuva vkl e ten stap optovaren so ekscentri~na sila  $F$  vo ramni na na popre~ni ot preseka na sl obodni ot kraj na rastojani  $e$  od oskata (sl.8.11).



Sl.8.11 Prost a t orzi ona prù`ina

Elasti~nata deformacija kaj ovaa prù`ina e pretstavena so agol ot na usukuvawe  $\phi$ , { to e li nearna f unkcija od momentot na usukuvawe (sl.8.12).



Sl.8.12 Karakt eristi ka na prost a t orzi ona prù`ina

Maksimalna deformacija kaj torzionata pru`ina so pre`nik  $d$  i dol`ina na `i cata  $l$  e opredelena so ravenkata

$$\phi_{max} = \frac{T l}{I_o G} = C T_{max} \quad \mathbf{8.20}$$

kade { to

$I_o = \frac{\pi d^4}{32}$  e polaren moment na inercija na presekok od `i cata;

$G = 83000 [N/mm^2]$  e modul na lizgaweto za material ot na pru`inata

$C = \frac{l}{I_o G}$  [rad/Nmm] e karakteristika na pru`inata (elastičnost)

Od izrazot za maksimalna deformacija na pru`inata (**8.20**) se gleda linearnata zavisnost na deformacijata  $\phi$  od vrednosta na momentot na torzija  $T$ .

Za maksimalna vrednost na naponot na torzija vo presekok na `i cata od pru`inata mo`e da se napi`e

$$\tau_{max} = \frac{T_{max}}{W_o} = \tau_{td}$$

od kade { to sleduva

$$T_{max} = W_o \tau_{td} = \frac{\pi d^3}{16} \tau_{td} \quad \mathbf{8.21}$$

So zamena na **8.21** i  $I_o = \frac{\pi d^4}{32}$  vo izrazot **8.20** za maksimalna deformacija na torzionata pru`ina se dobi va

$$\phi_{max} = \frac{32 \pi d^3 \tau_{td} l}{16 \pi d^4 G} = \frac{2 \tau_{td} l}{d G} \quad [rad] \quad \mathbf{8.22}$$

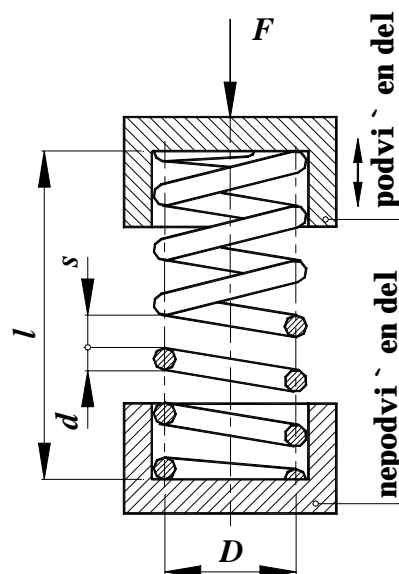
Analognoko i kaj fleksionata, akumuliranata energija vo torzionata pru`ina e

$$W = \frac{T \phi}{2} = \frac{\pi d^3 \tau_{td}}{2 \cdot 16} \frac{2 \tau_{td} l}{d G} = \frac{\pi d^2 \tau_{td}^2 l}{16 G} = \frac{\pi d^2 \tau_{td}^2 l}{4 \cdot 4 G} = \frac{V \tau_{td}^2}{4 G} \quad [Nmm] \quad \mathbf{8.23}$$

Vakvata prosta torziona pru`ina se upotrebuva, glavno, vo torzionite dinamometri i vo gradbata na avtomobili.

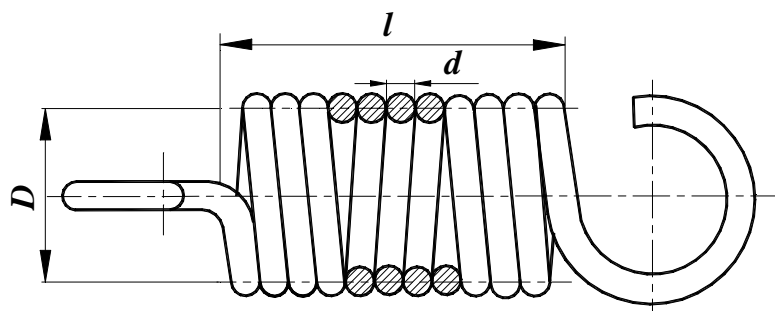
### 8.5.1 Navojna torzi ona pru`ina

Navojnata torzi ona pru`ina ima pogol ema primena od prostata torzi ona pru`ina. Taa se izrabotuva od `ica so kru`en ili pravoagolen preseka koja { to se navitkuva po navojna linija. Na *sl.8.13* e prikana cilindri~na navojna pru`ina so kru`en preseka na `i cata.



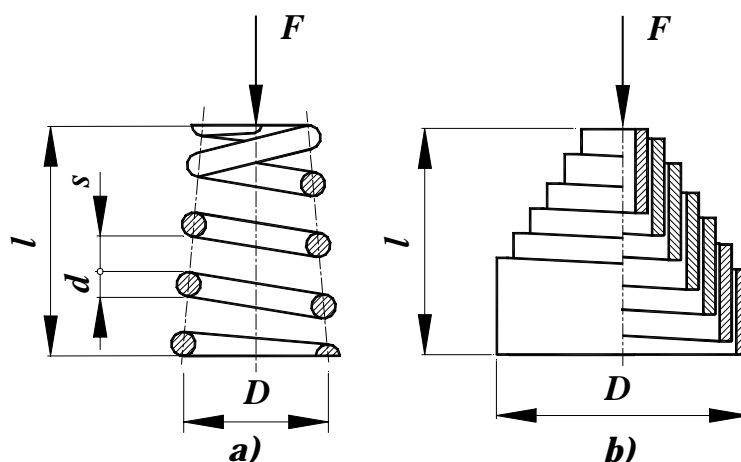
*Sl.8.13* Cilindri~na navojna torzi ona prit isna pru`ina

Spored na~inot na optovaruvaweto ovie pru`ini mo`e da bidat prit isni (*sl.8.13*) ili zat egnuva~ki (*sl.8.14*).



*Sl.8.14* Cilindri~na navojna torzi ona zat egnuva~ka pru`ina

Navojnite torzioni pru`ini mo`at da bidat izraboteni kako *cilindri~ni* (sl.8.13 i sl.8.14) i *koni~ni* (sl.8.15), dokol ku`i cata se namota po konusna povr`i na.



Sl.8.15 Koni~na navojna pru`i na a) so kru`en i b) so pravoagolen popre~en preseki

Spored karakterot na optovaruvaweto, navojnite pru`ini mo`at da bidat *stati~ki* i *dinami~ki* optovareni. Vo ovoj materijal }e bidat tretirani *stati~ki* optovareni te navojni pru`ini.

### 8.5.1.1 Presmetka na pre~nikot na `i cata kaj torzioni te pru`ini

Analizata na optovaruvaweto i naponi te }e bi de i zvedena za pri tishnata cilindri~na pru`ina so kru`en popre~en preseki na `i cata (sl.8.13). Pod dejstvoto na silata  $F$  pru`inata }e se skusi za vrednosta na uklonot  $f$ , pri }to proizvolni ot preseki na `i cata e istovremeno izlo`en na svi tkuvawe i na usukuvawe od vrednosta na momentot na torzija  $T$ . Naponot na svi tkuvawe vo popre~ni ot preseki na `i cata e nezna~itel en, taka }to isti ot ne se zema predvid, a naponot od torzija e opredelen so ravenkata

$$\tau_t = \frac{T}{W_o} = \frac{F \frac{D}{2}}{\pi d^3} = \frac{8 F D}{\pi d^3} \leq \tau_{dt} \quad 8.24$$

od kade za potrebni ot mi ni mal en pre~ni k na `i cata sl eduva

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{8 F D}{\pi \tau_{dt}}} = \sqrt[3]{\frac{16 F R}{\pi \tau_{dt}}} \approx \sqrt[3]{\frac{5 F R}{\tau_{dt}}} \quad 8.25$$

kade { to e

$D$  – sreden pre~ni k na torzi onata pru`ina { to mo`e da se izbere spored konstrukti vni te barawa;

$R$  – sreden pol upre~ni k na torzi onata pru`ina i

$\tau_{dt}$  – dovol en napon na usukuvawe za materi jal ot na pru`inata.

Pri toa e zadol `i tel na standardi zaci ja na dobi enata vrednost.

^estopati pri di menzi oni raweto na torzi oni te pru`ini e potrebno da se zapazi vrednosta na odnosot na sredni ot pre~ni k na pru`inata  $D$  i pre~ni kot na `i cata  $d$ . Vo takov slu~aj i zrazot za naponot od usukuvawe vo presekot od `i cata mo`e da se napi { e vo sledni ot obl i k

$$\tau_t = \frac{T}{W_o} = \frac{8 F D}{\pi d^3} = \frac{8 F}{\pi d^2} \frac{D}{d} = \frac{8 F}{\pi d^2} w \leq \tau_{dt} \quad 8.26$$

od kade { to za potrebni ot pre~ni k na `i cata se dobi va i zrazot

$$d \geq \sqrt{\frac{8 F}{\pi \tau_{dt}} \frac{D}{d}} = \sqrt{\frac{8 F}{\pi \tau_{dt}}} w \quad 8.27$$

kade { to

$w$  e sakanata vrednost na odnosot pome|u sredni ot pre~ni k na pru`inata  $D$  i pre~ni kot na `i cata  $d$ .

Se razbi ra deka i vaka dobi enata vrednost na pre~ni kot na `i cata se standardi zi ra, vodej}i smetka za vrednosta na odnosot  $w$ .

### 8.5.1.2 Presmet ka na drugi t e di menzi i kaj t orzi onat a pru`ina

Brojot akti vni navojki na torzi onata pri ti sna pru`ina se presmetuva od uslovot za opredel ena vrednost na sil ata  $F$  da se posti gne sakani ot ukl on  $f$  def i ni ran so sl ednava ravenka

$$f = R\phi = R \frac{Tl}{I_o G} = R \frac{FR2\pi R z_a}{\frac{\pi d^4}{32} G} = \frac{64 z_a FR^3}{d^4 G} = \frac{4 z_a R^2}{d G} \frac{16\pi FR}{\pi d^3} = \frac{4 z_a \pi R^2}{d G} \frac{T}{W} = \frac{4 z_a \pi R^2}{d G} \tau \quad \mathbf{8.28}$$

od kade { to za brojot na akti vni te navojki na torzi onata pru`i na se dobi -va

$$z_a = \frac{d^4 G}{64 F R^3} f = \frac{d G}{4 R^2 \pi \tau_t} f \quad \mathbf{8.29}$$

kade { to

$f$  e sakanata vrednost na ukl onot;

$l = 2 \pi R z_a$  e vkupnata dol`i na na`i cata kaj torzi onata pru`i na;

$G = 83000 [N/mm^2]$  e modul ot na li zgawe za ~el i k.

Krajnite navojki na pru`inata ne se celosni i pravilni tuku se prisposobeni kon ednata i drugata podloga na pru`inata i nemaat ist nakl on kako drugi te  $z_a$  navojki. Za da se ovozmoe`i vakvoto pri sposobuvawe na pru`inata kon dvete podlogi, obi~no se pri dodavaat dve navojki, taka { to vkupni ot broj navojki kaj torzi onata pru`i na i znesuva

$$z = z_a + 2 \quad \mathbf{8.30}$$

^ekorot na pru`inata se izbi ra taka { to pri najgol emo optovaruvawe da ne dojde do me|usebno dopi rawe na navojki te, odnosno

$$e = s + d = f_1 + s_{min} + d = \frac{f}{z_a} + s_{min} + d \quad \mathbf{8.31}$$

kade { to

$e$  e ~ekorot na pru`inata

$s$  e mi ni mal noto rastojani e pome|u navojki te od pru`inata

$f_1$  e ukl onot na edna navojka od pru`inata

$s_{min} = 0,1d$  e mi ni mal nata vrednost na rastojani eto pome|u navojki te

Dol`i nata na pru`inata vo neoptovarena sostojba e

$$l = z d + z_a s = (z_a + 2) d + z_a s \quad \mathbf{8.32}$$

a vkupnata dol`i na na`i cata od koja treba da se i zraboti pru`inata e

$$L = 2 R \pi z = 2 R \pi (z_a + 2) \quad \mathbf{8.33}$$