

Spored sl. 8.3 naponot na svi tkuvawe vo proizvolen preseki (pravoagolen so dimenzii b i h) { to se naolana na rastojanie x od vkle{ tuvaweto na fleksionata pru`ina, e definiran so ravenkata

$$\sigma_s = \frac{M_x}{W} = \frac{6 F (l - x)}{b h^2} \quad \mathbf{8.04}$$

od kade { to za $x = 0$ (vo vkle{ tuvaweto) se dobi va maksimalna vrednost

$$\sigma_{s \max} = \frac{M_{x \max}}{W} = \frac{6 F l}{b h^2} \quad \mathbf{8.05}$$

a za $x = l$ (vo slobodni ot kraj) mi ni minimalna vrednost na naponot od svi tkuvawe vo fleksionata pru`ina

$$\sigma_{s \min} = \frac{M_{x \min}}{W} = 0 \quad \mathbf{8.06}$$

Spored jakosta (otpornosta) na materijalite, maksimalna vrednost na otklonot f na slobodni ot del od konzolata so pravoagolen preseki e

$$f_{\max} = \frac{F l^3}{3 E I} = \frac{4 F l^3}{E b h^3} = C F \quad \mathbf{8.07}$$

pri { to

$I = \frac{b h^3}{12}$ - moment na inercija za pravoagolen popre~en preseki na konzolata

$C = \frac{l^3}{3 E I} = \frac{4 l^3}{E b h^3}$ - *karaktéristika (elastinost)* na pru`inata so defini-

rirani dol`ina l , materijal i dimenzii na pravoagolni ot popre~en preseki so dimenzii b i h .

Spored izrazot za maksimalna vrednost na otklonot f_{\max} , se gleda deka *karaktéristika (elastinost)* na pru`inata C e pravlinija.

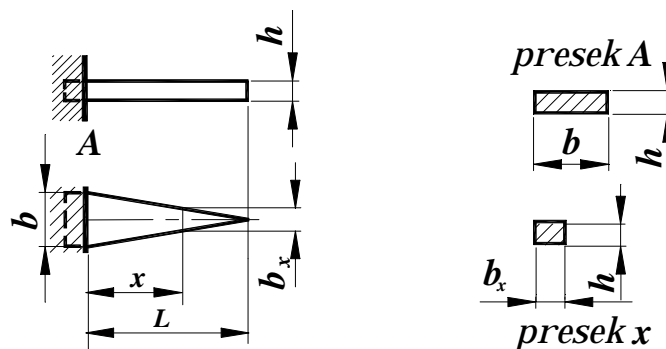
Spored izrazot za naponot od svitkuvawe vo proizvilen preseki od fleksionata pru`ina se gleda deka negativna vrednost variira od nula vo preseki na slobodni ot kraj do M_{\max} vo vkle{ tuvaweto na konzolata, taka { to slueduva i zaklu~okot deka za konstantna vrednost na preseki po celata dol`ina na konzolata, iskoristuvaweto na materijalote maksimalno vo

vključituvaweto, a najmalo na slobodniot kraj od fleksionata pru`ina. Za da se postigne racionalno iskorištuvawe na materijalot ($\sigma_{sx} = \text{const} = \sigma_{sd}$), potrebno e vrednosta na otporniot moment na presekot W_x da se namaluva proporcionalno so opačaweto na momentot na svi tkuvawe M_x , { to e mo`no da se postigne preku namaluvawe na površinata na poprečniot preseki toa pri

- konstantna visoi na ($h = \text{const}$) i promena na široinata ($b \neq \text{const}$) i
- konstantna široina ($b = \text{const}$) so promena na visoi nata ($h \neq \text{const}$).

Vo prodol`eni e posebno }e bi dat razgl edani dvata slu`aja, }e se prou`at prednosti e i nedostatocite na dve rešenija, so cel da se iznajde optimalnoto rešenje na probl emot.

Na sl. 8.4 kako konzola so dol`ina l , koja na slobodniot kraj e optovarena so sila F , e prik`ana prosta fleksiona pru`ina so konstantna visoi na h i promeni va široina na pravoagolniot poprečen preseki



Sl. 8.4 Prosta fleksiona pru`ina so promeni va široina na pravoagolniot poprečen preseki

Vo ovoj slu`aj široinata na pravoagolniot poprečen preseki po dol`inata na konzolata }e se menuva sporedi zrazot

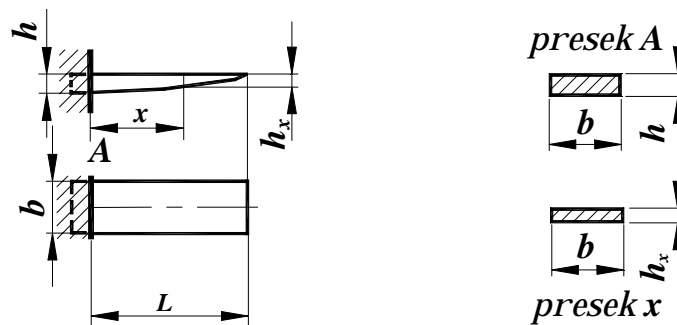
$$b_x = \frac{6F(l-x)}{\sigma_{sd} h^2} = c_1(l-x) \quad \mathbf{8.08}$$

od kade { to se gleda deka takvata promena e linearna taka { to za $x = 0$ (vo vključituvaweto) e

$$b_{max} = \frac{6Fl}{\sigma_{sd} h^2} = c_1 l = b \quad \mathbf{8.09}$$

a za $x = l$ (na sl obodni ot kraj od konzol ata) e $b_{min} = 0$.

Na sl. 8.5 kako konzol a so dol`i na l , e pri ka`ana prosta fleksi ona pru`i na so konstantna { i ro~ina b i promeni va vi so~i na h na preseku.



Sl. 8.5 Prosta fleksi ona pru`i na so promeni va vi so~i na h na pravoagol ni ot popre~en preseku

Vo ovoj slu~aj vi so~inata na pravoagol ni ot popre~en preseku po dol`inata na konzol ata se menuva spored zakonot na parabola,

$$h_x^2 = \frac{6F(l-x)}{\sigma_{sd} b} = c_2(l-x) \quad 8.10$$

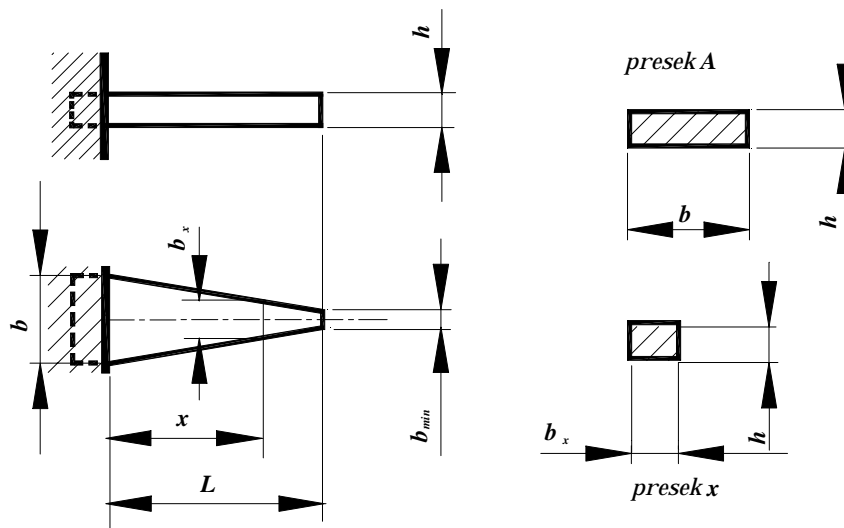
taka { to za $x = 0$ (vo vkl e{ tuvaweto) e

$$h^2 = h_{max}^2 = \frac{6Fl}{\sigma_{sd} b} = c_2 l \quad 8.11$$

a za $x = l$ (na sl obodni ot kraj od konzol ata) e $h^2 = h_{min}^2 = 0$.

Od proizvodstveno – ekonomska, pa i od funkcionalna gledna to~ka i dve vari janti so promeni v popre~en preseku se nepogodni. Od edna strana, beskorisno bi bilo lentata so { i ro~ina b da se podlo`uva na dopolnitelna, mo{ ne te{ ka i skapa dorabotka za vi so~inata h da se izvede paraboli~no samo za da se odr`i konstanten napon po cel ata dol`i na na konzol ata, a od druga strana i obete vari janti ne odgovaraat zatoa { to na krajot na pru`inata nema konstruktiven element koj bi ja pri f atil sil ata F .

Za da se odbegne slaboto iskoristuvawe na materijal ot kaj prostata pravoagolna pru`ina i neprakti~nosta na triagolnata pru`ina se upotrebuva taka nare~enata *trapezna fleksi ona pru`ina* (so zase~en { il ec) { to e pri ka`ana na sl. 8.6, kaj koja i dvata nedostatoka se ubla`eni.



Sl. 8.6 Trapezna fleksiona pru`ina

Otklonot kaj trapeznata pru`ina se presmetuva spored izrazot

$$f = \frac{4 F l^3}{b h^3 E} \frac{3b}{2b + b_{min}} = \frac{4 F l^3}{b h^3 E} \xi \quad \mathbf{8.12}$$

pri to za

$$b_{min} = b \text{ se dobi va } f = \frac{4 F l^3}{b h^3 E}, \text{ a za } b_{min} = 0 \text{ se dobi va } f = \frac{6 F l^3}{b h^3 E}$$

Vo tab. 8.2 se prikani glavните karakteristiki na tri te osnovni varijanti fleksioni pru`ini.

Vo odnos na iskoristuvaweto na materijalot najnepogoden e oblikot na fleksionata pru`ina so $b = const$ i $h = const$ po celata dol`ina so stepena iskoristuvaweto na materijalot $\eta = 1/18$. Za razlika od drugite dve varijanti so promenliv presek kaj koi negovata vrednost $\eta = 1/6$ e tri pati pogolema. Sepak osnovni ot pravoagolen oblik so $b = const$ i $h = const$ -esto se upotrebuva bi dejji e ednostaven i lesen za izработка.

Prakti~ki gledano, najpogodna e varijantata so $b \neq const$ i $h = const$ t.e varijantata so promenli va { i ro~ina i konstantna visocina na presekot, so

toa { to taa se izrabortuva kako slo`ena fleksi ona pru`ina na na~i n kako { to e toa objasneto vo prodol`eni e na ovoj materi jal .

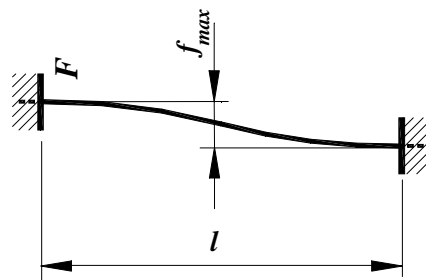
Tab. 8.2 Glavni karakt erist iki na l isnat it e fleksi oni pru`ini

	$b = \text{const i } h = \text{const}$	$b \neq \text{const i } h = \text{const}$	$b = \text{const i } h \neq \text{const}$
<i>napon od svi t kuvawe</i>	$\sigma_{sx} = \frac{6Fl}{bh^2} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$	$\sigma_{sx} = \frac{6Fl}{bh^2} = \sigma_{sd}$	$\sigma_{sx} = \frac{6Fl}{bh^2} = \sigma_{sd}$
<i>najgol em napon</i>	$\sigma_{sx} = \frac{6Fl}{bh^2} = \sigma_{sd}$	$\sigma_{sx} = \frac{6Fl}{bh^2} = \sigma_{sd}$	$\sigma_{sx} = \frac{6Fl}{bh^2} = \sigma_{sd}$
<i>ot kl on</i>	$f = \frac{4Fl^2}{bh^2 E} = \frac{2l^2 \sigma_{sd}}{3hE}$	$f = \frac{6Fl^2}{bh^2 E} = \frac{l^2 \sigma_{sd}}{hE}$	$f = \frac{8Fl^2}{bh^2 E} = \frac{4l^2}{3hE}$
<i>najgol emo opt ovaruwa</i>	$F_{max} = \frac{bh^2 \sigma_{sd}}{6l}$	$F_{max} = \frac{bh^2 \sigma_{sd}}{6l}$	$F_{max} = \frac{bh^2 \sigma_{sd}}{6l}$
$W = \frac{F_{max} f}{2}$	$W = \frac{bhl \sigma_{sd}^2}{18E}$	$W = \frac{bhl \sigma_{sd}^2}{12E}$	$W = \frac{bhl \sigma_{sd}^2}{9E}$
<i>vol umen</i>	$V = bhl$	$V = \frac{bhl}{2}$	$V = \frac{2bhl}{3}$
<i>st epen na iskorist uwa</i>	$\eta = \frac{1}{18}$	$\eta = \frac{1}{6}$	$\eta = \frac{1}{6}$
$c = \frac{F_{max}}{f}$	$c = \frac{bh^2 E}{4l^2}$	$c = \frac{bh^2 E}{6l^2}$	$c = \frac{bh^2 E}{8l^2}$

Si te dosega opi { ani varijanti na l isnati fleksi oni pru`ini spa|aat vo grupata na ednokratnite prosti pru`ini . Tie se upotrebuvaat naj~esto za elasti ~no prilepuvawe ili razdale~uvawe na ma{ inskite delovi osobeno vo bravarstvoto i preciznata mehanika . Za razlika od ednokratnite, dvokratnite fleksi oni pru`ini se vkle{ teni na obata kraja, kako { to e pri ka`ano na sl. 8.9.

Kako { to se gleda od *sl. 8. 7*, mo`e da se pri f ati f aktot deka dvokratnata prosta fleksi ona e sostavena od dve ednokratni pru`i ni ~ija dol`i na e dvapati pomala, taka { to maksimalni ot napon od svitkuvawe vo dвете vkl e{ tuvawa e određen so ravenkata

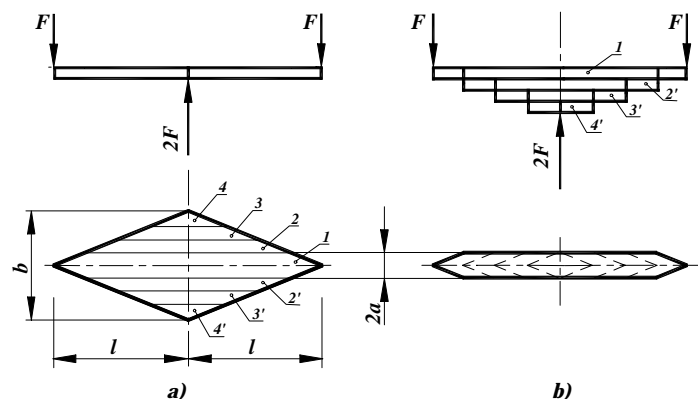
$$\sigma_{s \max} = \frac{3 F l}{b h^2} \quad 8.13$$



Sl. 8. 7 Dvokrat na prosta fleksi ona pru`i na a maksimalni ot otklon vo sredi nata na pru`i nata }e bi de

$$f_{\max} = \frac{F l^3}{b h^3 E} \quad 8.14$$

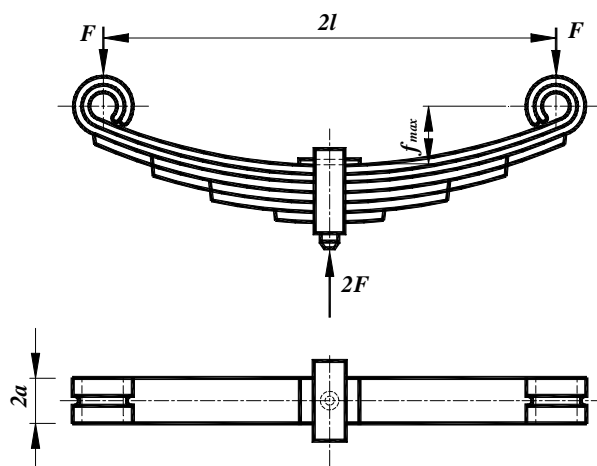
Naj~esto kaj vozilata, zaradi golemoto optovaruvawe, potrebnata {iro~ina na fleksionata pru`ina b e relativno golema i nejzinata monta`a od konstruktivni pri~ini e nevozmo`na. Zatoa, prostata trapezna fleksi ona pru`ina se se~e na nekolku nadol`ni lenti so poedine~na {iro~ina a kako { to e prika`ano na *sl. 8. 8a* i tie se postavuvaat edna nad druga, so { to se dobi va tesna pru`i na so konstantna {iro~ina $2a$ i promenli va vkupna vi so~ina h i toa pri bli`no spored zakonot na parabolata kako { to se gleda na *sl. 8. 8b*. Na toj na~in se posti gnuva poraci onal no i skori stuvawe na materijal ot bez nekoj pogol emi te{ koti i vo proi zvtstvoto.



Sl. 8.8 Nastanuvawe na slo`ena fleksi ona pru`ina

Za da se odbegnat o{ tetuvawata pri ekspl oataci jata, tri agl esti te ostri zavr{ etoci na lentite od pru`inata se zasekuvaat vo vid na trapez so iskl u~ok na gornata lenta ~ij zavr{ etok, zaradi vrzuvawe so karoserijata ima nepromeneta { i ro~ina $2a$ i se vitka vo oblik na u{ ka. Za pru`ini kaj koi se o~ekuvaat posilni udari i previtkuvawa, so ista dol`ina se izrabotuva kako prvata taka i vtorata pa i tretata lenta, a nivnite zavr{ etoci se vitkaat vo oblik na u{ ka. Naj~esto slo`enata pru`ina vo neoptovarena sostojba e svi ena, a pri optovaruvaweto se i sprava.

Na *sl. 8.9* e pri ka`an def i ni ti vni ot oblik na edna slo`ena fleksi ona lisnata pru`ina.



Sl. 8.9 Slo`ena fleksi ona lisnata pru`ina

Presmetkata na slo`enata se vr{ i na ist na~in kako i na prostata fleksi ona lisnata pru`ina, zemaj}i go predvid f aktot deka se raboti za dvokratna trapezna pru`ina. Taka, spored *sl. 8.9* vrednosta na naponot od svi tkuvawe vo sredinata na dvokratnata slo`ena pru`ina se presmetuva po ravenkata

$$\sigma_s = \frac{M}{W} = \frac{6Fl}{bh^2} = \frac{6Fl}{z \cdot 2a h^2} = \frac{3Fl}{z a h^2} \quad 8.15$$

Najgol emata vrednost na otkl onot spored izrazot za trapeznata fleksi ona pru`ina, se presmetuva spored

$$f = \frac{4Fl^3}{bh^3E} \xi = \frac{4Fl^3}{z2ah^3E} \xi = \frac{2Fl^3}{z ah^3E} \xi \quad 8.16$$

rabotata

$$\begin{aligned} W = Ff &= \frac{bh^2\sigma_{ds}}{6l} \frac{bh^2\sigma_{ds}}{6l} \frac{4l^3}{bh^3E} \xi = \frac{b^2h^4\sigma_{ds}^2}{36l^2} \frac{4l^3}{bh^3E} \xi = \frac{bhl\sigma_{ds}^2}{9E} \xi = \\ &= \frac{z2ahl\sigma_{ds}^2}{9E} \xi = \frac{2zahl\sigma_{ds}^2}{9E} \xi \end{aligned} \quad 8.17$$

a stepenot na i skori stuvawe na vol umenot od pruni nata e

$$\eta = \frac{1}{9} \frac{z+z'}{z} \xi \quad 8.18$$

a krutosta na sloenata fleksi ona pruni na se presmetuva po ravenkata

$$c = \frac{F}{f} = \frac{Fbh^3E}{4Fl^3\xi} = \frac{bh^3E}{4l^3\xi} = \frac{z2ah^3E}{4l^3\xi} = \frac{zah^3E}{2l^3\xi} \quad 8.19$$

kade { to

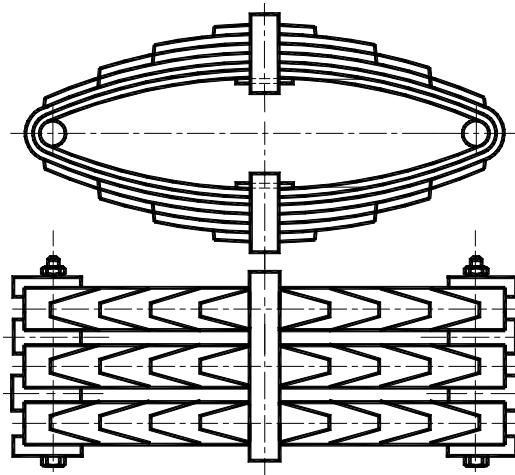
b – { i ro~i na vo vkl e{ tuvaweto na prostata fleksi ona pruni na

a – pol u{ i ro~i na na sloenata fleksi ona pruni na

z – vkupen broj lenti

z' – broj lenti so ednakva dol`i na kako i glavnata (najgornata) lenta

Koga se saka da se postigne pogol emaelasti ~nost na fleksi onata pruni na, t.e. da se ostvari pogol emavrednost na otklonot f se pribegnuva kon konstrukcija na dvokratni pruni ni (sl. 8.10), kaj koi za isto optovaruvawe,



otkl onot e dvapati pogol em od toj na ednokratnata pru`i na (sl. 8. 9).

Sl. 8. 10 Slo`ena dvokrat na fleksi ona pru`i na so t ri redovi